



Guía SIM para la calibración de hidrómetros – Método de Cuckow



FEMCIDI Fondo de Cooperación Solidaria
Construyendo Desarrollo Integral en las Américas

SIM MWG7/cg-03/v.00

La publicación de este documento como Guía SIM ha sido con el apoyo económico de la OEA dentro del proyecto “Strengthening National Metrology Institutes in the Hemisphere, an essential element in the development of National Quality Infrastructure”.

Las opiniones expresadas en este documento no son necesariamente opiniones de la OEA/FEMCIDI, sus organismos, o del personal de sus estados miembros.

Guía SIM para la calibración de hidrómetros – Método de Cuckow

1ª Edición, Mayo de 2016

ISBN: 978-607-97187-7-0

© Centro Nacional de Metrología
Carretera a los Cués km 4.5
Mpio. El Marqués, Querétaro, México
<http://www.cenam.mx>

Libro electrónico editado por el Centro Nacional de Metrología.

La reproducción parcial o total de este documento está prohibida sin la expresa autorización por escrito del titular del copyright.

PROPÓSITO

Esta publicación ha sido discutida por el Grupo de Trabajo de Masa y Unidades Relacionadas del SIM (SIM-MWG7) con la intención de armonizar los métodos para la calibración de hidrómetros entre los países del SIM.

Este documento ofrece una guía a las entidades nacionales de acreditación sobre los requerimientos mínimos para la calibración de los hidrómetros, y por otro lado, propone procedimientos prácticos para los laboratorios de calibración.

El documento contiene ejemplos detallados de la estimación de la incertidumbre de las mediciones.

IDIOMA OFICIAL

La versión en idioma Inglés del presente documento es considerada como oficial, sin embargo la versión en idioma español es una referencia apegada lo más posible a la versión oficial.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Para mayor información sobre la presente publicación, Ud. puede contactar al miembro del SIM MWG7 del Instituto Nacional de Metrología de su país.

<http://www.science.oas.org/SIM/default.htm> <http://www.sim-metrologia.org.br/>

ÍNDICE

1	PROPÓSITO DE LA GUÍA.....	7
2	ALCANCE DE LA GUÍA	7
3	DEFINICIONES.....	8
3.1	AJUSTE DE UN SISTEMA DE MEDIDA	8
3.2	AMPLITUD NOMINAL DE UN INTERVALO NOMINAL DE INDICACIONES	8
3.3	CALIBRACIÓN	9
3.4	INSTRUMENTO DE MEDIDA	9
3.5	INTERVALO NOMINAL DE INDICACIONES	9
3.6	MENSURANDO	9
3.7	MÉTODO DE MEDIDA	9
3.8	MODELO DE MEDICIÓN	9
3.9	SISTEMA DE MEDIDA	9
3.10	TRAZABILIDAD METROLÓGICA.....	9
3.11	VERIFICACIÓN.....	9
4	SERIES DE LOS HIDRÓMETROS.....	10
4.1	ERRORES MÁXIMOS PERMITIDOS.....	10
4.2	CATEGORÍAS ESTÁNDAR DE TENSIÓN SUPERFICIAL	11
5	ASPECTOS GENERALES DE LA CALIBRACIÓN	12
5.1	SISTEMA DE MEDICIÓN	12
5.2	PREPARACIÓN DEL INSTRUMENTO A CALIBRAR.....	14
5.3	PATRÓN DE DENSIDAD (LÍQUIDO DE DENSIDAD CONOCIDA)	15
5.4	VALORES NOMINALES PARA LA CALIBRACIÓN	17
5.5	INCERTIDUMBRE REQUERIDA EN LA CALIBRACIÓN.....	17
5.6	MÉTODO DE MEDICIÓN PARA LA CALIBRACIÓN DE LOS HIDRÓMETROS	18
5.6.1	<i>Principio de medición para la calibración</i>	<i>19</i>
5.6.2	<i>Número de mediciones necesarias.....</i>	<i>20</i>
5.6.3	<i>Procedimiento general de calibración</i>	<i>20</i>
6	MODELO DE MEDICIÓN	20
6.1	DENSIDAD DEL LÍQUIDO AL NIVEL DE LA MARCA	21
6.2	DENSIDAD DEL LÍQUIDO DE REFERENCIA	21
6.3	CÁLCULO DEL FACTOR DE CORRECCIÓN DEL VOLUMEN / DENSIDAD DEBIDO A UN CAMBIO DE TEMPERATURA.....	22
6.4	CÁLCULO DEL FACTOR DE CORRECCIÓN DE LA DENSIDAD DEBIDO A UN CAMBIO EN EL VALOR DE LA PRESIÓN	23
6.5	DENSIDAD DEL AIRE	23
6.6	MASA APARENTE DEL HIDRÓMETRO EN EL AIRE O PARCIALMENTE SUMERGIDO EN EL LÍQUIDO DE REFERENCIA.....	23
6.7	TENSIÓN SUPERFICIAL DEL LÍQUIDO DE REFERENCIA	25
6.8	TENSIÓN SUPERFICIAL DEL LÍQUIDO EN DONDE SERÁ UTILIZADO EL HIDRÓMETRO.....	25
7	INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN.....	25
7.1	INCERTIDUMBRE ASOCIADA A LA INDICACIÓN DEL HIDRÓMETRO DURANTE LA PESADA EN EL LÍQUIDO	26
7.2	INCERTIDUMBRE ASOCIADA A LA RESOLUCIÓN DEL HIDRÓMETRO.....	26
7.3	INCERTIDUMBRE ASOCIADA A LA DENSIDAD AL NIVEL DE LA MARCA DE CALIBRACIÓN.....	26
7.3.1	<i>Incetidumbre asociada al factor de corrección del volumen / densidad del hidrómetro, debido a una diferencia de temperatura entre el aire/líquido y la temperatura de referencia</i>	<i>28</i>
7.3.2	<i>Incetidumbre asociada a la densidad del líquido de referencia</i>	<i>28</i>
7.3.3	<i>Incetidumbre asociada a la densidad del aire</i>	<i>29</i>

7.3.4	<i>Incertidumbre asociada a la masa aparente del hidrómetro en el aire o parcialmente sumergido hasta la marca a calibrar.....</i>	30
7.3.5	<i>Incertidumbre asociada al diámetro de la espiga al nivel de la marca a calibrar.....</i>	31
7.3.6	<i>Incertidumbre asociada al valor de la gravedad local.....</i>	32
7.3.7	<i>Incertidumbre asociada al valor de tensión superficial del líquido de referencia.....</i>	32
7.4	INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DEL ERROR DE INDICACIÓN DEL HIDRÓMETRO.....	32
7.5	TABLA DEL PRESUPUESTO DE INCERTIDUMBRES.....	33
8	CONTENIDO DEL CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN.....	35
8.1	INFORMACIÓN GENERAL.....	35
8.2	INFORMACIÓN ACERCA DEL PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN.....	35
8.3	RESULTADOS DE MEDICIÓN.....	35
8.4	INFORMACIÓN ADICIONAL.....	36
9	MEDICIÓN DE DENSIDAD DE LÍQUIDOS UTILIZANDO UN HIDRÓMETRO CALIBRADO	37
9.1	MEDICIÓN DE LA DENSIDAD DE UN LÍQUIDO CON UN HIDRÓMETRO CALIBRADO.....	37
9.1.1	<i>Error debido a la resolución en uso del instrumento.....</i>	38
9.1.2	<i>Error debido a la altura del menisco.....</i>	38
9.1.3	<i>Error debido a la diferencia de temperatura.....</i>	40
9.1.4	<i>Error debido a la diferencia de tensión superficial del líquido bajo medición y la tensión superficial para la cual fue calibrado el instrumento.....</i>	40
9.1.5	<i>Error debido a la posible deriva del error de indicación del hidrómetro.....</i>	41
9.2	INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN DE DENSIDAD CON EL HIDRÓMETRO CALIBRADO.....	41
9.3	INCERTIDUMBRE GLOBAL ASOCIADA A LA INDICACIÓN EN USO DE UN HIDRÓMETRO CALIBRADO.....	42
10	REFERENCIAS.....	43
ANEXO A – TRAZABILIDAD.....		45
ANEXO B. SUGERENCIAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DENSIDAD DE AIRE Y DE AGUA		46
B.1	ECUACIÓN PARA EL CÁLCULO DE LA DENSIDAD DE AIRE.....	46
B.1.1	<i>Versión simplificada de la ecuación CIPM-2007, versión exponencial.....</i>	46
B.1.2	<i>Versión simplificada de la ecuación CIPM-2007, versión normal.....</i>	47
B.2	ECUACIÓN PARA LA DENSIDAD DE AGUA.....	48
B.2.1	<i>Ecuación alternativa para la densidad de agua, polinomio de cuarto grado.....</i>	48
ANEXO C. FACTOR DE COBERTURA K PARA LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DE LA MEDICIÓN.....		50
C.1	OBJETIVO.....	50
C.2	CONDICIONES BÁSICAS PARA LA APLICACIÓN DE $K = 2$	50
C.3	DETERMINANDO K PARA OTROS CASOS.....	50
C.3.1	<i>Distribución asumida como normal.....</i>	50
C.3.2	<i>Distribución no normal.....</i>	51
ANEXO D – EJEMPLOS.....		53
D1	EJEMPLO: CALIBRACIÓN DE HIDRÓMETRO SERIE L20, INTERVALO 1 480 kg m^{-3} A 1 500 kg m^{-3}	54
D1.1	<i>Datos del hidrómetro y pesada en el aire.....</i>	54
D1.2	<i>Líquido de referencia.....</i>	55
D1.3	<i>Pesada en el líquido de referencia, para los tres valores nominales.....</i>	55
D1.4	<i>Valor Nominal 1: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 1498 kg m^{-3}.....</i>	56
D1.5	<i>Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca.....</i>	57
D1.6	<i>Valor Nominal 2: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 1490 kg m^{-3}.....</i>	58
D1.7	<i>Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca.....</i>	59
D1.8	<i>Valor Nominal 3: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 1482 kg m^{-3}.....</i>	60
D1.9	<i>Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca.....</i>	61

<i>D1.10 Resultados de la calibración</i>	62
D2 EJEMPLO: CALIBRACIÓN DE HIDRÓMETRO SERIE M100, INTERVALO DE 800 KG M ⁻³ A 900 KG M ⁻³	63
<i>D2.1 Datos del hidrómetro y pesada en el aire</i>	63
<i>D2.2 Líquido de referencia</i>	64
<i>D2.3 Pesada en el líquido de referencia</i>	64
<i>D2.4 Valor Nominal 1: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 1498 kg m⁻³</i>	65
<i>D2.5 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca</i>	66
<i>D2.6 Valor Nominal 2: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 1490 kg m⁻³</i>	67
<i>D2.7 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca</i>	68
<i>D2.8 Valor Nominal 3: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 810 kg m⁻³</i>	69
<i>D2.9 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca</i>	70
<i>D2.10 Resultados de la calibración</i>	71
D.3 EJEMPLO: MEDICIÓN DE LA DENSIDAD DE UN ACEITE	72

1 PROPÓSITO DE LA GUÍA

Establecer los criterios específicos que deben cumplir los procedimientos que sirven de base técnica para la realización de los servicios de calibración de hidrómetros, así como la homologación en la estimación de la incertidumbre de medición y la evaluación de la trazabilidad en los mismos.

Lograr consistencia y uniformidad en la presentación de los presupuestos de incertidumbre de las mediciones en estos servicios de calibración, así como establecer los requisitos necesarios para la evaluación de los servicios de calibración de hidrómetros.

Los hidrómetros son instrumentos sencillos pero muy efectivos para la medición de la densidad de líquidos. Estos instrumentos son muy utilizados en las industrias petroleras y química para medir la densidad o gravedad específica de líquidos, en la industria cervecera para asegurar el contenido de alcohol, en la industria azucarera para medir el porcentaje de azúcar presente en soluciones de azúcar de caña y en la industria lechera para medir el contenido de grasa por la densidad de la leche.

El nombre de estos instrumentos cambia de industria a industria en función del uso. Por tanto en la industria cervecera los llaman alcoholímetros, en la industria azucarera los llaman hidrómetros Brix y lactómetros en la industria lechera; el nombre corresponde al uso y las unidades de su graduación, sin embargo de manera general se denominan hidrómetros si miden la densidad de líquidos.

2 ALCANCE DE LA GUÍA

Existen esencialmente dos tipos de hidrómetros: hidrómetros de volumen constante e hidrómetros de masa constante. Los primeros de ellos tienen una única marca y la posibilidad de agregarle masa hasta hundir el hidrómetro a la marca señalada, en función de la masa que se le agregue se calcula la densidad del líquido. Los segundos tienen una escala graduada y dependiendo de la densidad del líquido el instrumento flotará y la alineación del espejo del líquido y la escala indicarán la densidad del líquido.

Esta Guía Técnica aplica para la calibración de hidrómetros a masa constante, mediante el método de Cuckow (pesada hidrostática) en el intervalo de medición de 600 kg m^{-3} a $2\,000 \text{ kg m}^{-3}$, a un valor de temperatura definida por el instrumento o a la que el usuario lo requiera, y con incertidumbre expandida ($k=2$) de calibración asociada a la corrección de la escala del instrumento de hasta 0.033 kg m^{-3} .

Es posible calibrar hidrómetros cuya escala se encuentre graduada en unidades diferentes a las del Sistema Internacional (SI), sin embargo la calibración se realiza en densidad y unidades del SI y utilizar las conversiones correspondientes para calcular los errores de indicación del hidrómetro en las unidades de graduación.

En la sección 5.5 de esta guía se presentan los valores de incertidumbre recomendada como máxima para la calibración de los hidrómetros en función de su serie y errores máximos permitidos asociados a la misma, sin embargo es responsabilidad del laboratorio de calibración y del cliente acordar el valor de incertidumbre apropiado para la calibración del instrumento en vista del uso predeterminado del instrumento y también el costo de la calibración. En la calibración de un instrumento, el usuario debería tener en mente que un menor valor de incertidumbre permite un mejor aprovechamiento de las características del instrumento sin embargo, el valor de incertidumbre está relacionado con el costo de ésta.

Esta Guía Técnica establece los requisitos mínimos para la calibración de hidrómetros, para garantizar la uniformidad en la estimación de incertidumbre de calibración y la evaluación de la trazabilidad de los patrones de medición de laboratorios en la calibración.

Es responsabilidad del laboratorio de calibración y del cliente acordar previo a la calibración, el intervalo o valores de densidad en que se calibrará al instrumento de medición de acuerdo al uso del hidrómetro, así como el costo de la calibración.

El objetivo de esta Guía es proporcionar recomendaciones generales para el establecimiento de los procedimientos de calibración y no el de presentar uno o varios procedimientos uniformes cuyo uso sea obligatorio.

3 DEFINICIONES

Para el propósito de ésta Guía, se aplican las siguientes definiciones:

3.1 Ajuste de un Sistema de Medida

Conjunto de operaciones realizadas sobre un sistema de medida para que proporcione indicaciones prescritas, correspondientes a valores dados de la magnitud a medir.

3.2 Amplitud nominal de un intervalo nominal de indicaciones

Valor absoluto de la diferencia entre los valores extremos de un intervalo de nominal de indicaciones

3.3 Calibración

Operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida asociadas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación.

3.4 Instrumento de Medida

Dispositivo utilizado para realizar mediciones, solo o asociado a uno o varios dispositivos suplementarios.

3.5 Intervalo nominal de indicaciones

Conjunto de valores comprendido entre las dos indicaciones extremas redondeadas o aproximadas, que se obtiene para una configuración particular de los controles del instrumento o sistema de medida y que sirve para designar dicha configuración.

3.6 Mensurando

Magnitud que se desea medir.

3.7 Método de Medida

Descripción genérica de la secuencia lógica de operaciones utilizadas en una medición.

3.8 Modelo de Medición

Relación matemática entre todas las magnitudes conocidas que intervienen en una medición.

3.9 Sistema de Medida

Conjunto de uno o más instrumentos de medida y, frecuentemente, otros dispositivos, incluyendo reactivos e insumos diarios, ensamblados y adaptados para proporcionar valores medidos dentro de intervalos especificados, para magnitudes de naturaleza dadas

3.10 Trazabilidad Metrológica

Propiedad de un resultado de medida por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida.

3.11 Verificación

Aportación de evidencia objetiva de que un elemento satisface los requisitos especificados.

4 SERIES DE LOS HIDRÓMETROS

Los hidrómetros tienen características como resolución, alcance nominal, intervalo de indicaciones entre otras; las cuales deben ser consideradas al momento de elegir el instrumento adecuado a las necesidades del uso y/o aplicación.

De acuerdo con la norma internacional ISO 649/1 se tienen cinco series principales de hidrómetros, con las cuales se cubre un alcance de 600 kg m^{-3} a $2\,000 \text{ kg m}^{-3}$. Las series de fabricación de estos instrumentos son L20, L50, M50, M100 y S50. La terminación 20, 50 y 100 indica la amplitud nominal del instrumento en kilogramos por metro cúbico. La ISO 649/1 incluye también tres sub-series que cubren un rango total de 600 kg m^{-3} a $1\,100 \text{ kg m}^{-3}$, éstas son las L50SP, M50SP Y S50SP.

Cada serie y sub-serie de instrumentos tiene asociados características de fabricación, además de errores máximos permitidos asociados a cada una de ellas.

Los usuarios de los hidrómetros frecuentemente los utilizan con base a la serie y a los errores máximos permitidos correspondientes, debido a ello es conveniente que los instrumentos sean calibrados y verificados (comprobar que sus errores de indicación sean menores a los máximos permitidos), conforme a los errores máximos permitidos correspondientes de la ISO 649/1.

Una parte de la evaluación de conformidad en instrumentos de medición consiste en la evaluación de la siguiente expresión:

$$|E \pm U(E)| \leq emp \quad (4.1)$$

Donde el error de indicación del instrumento E en conjunto con su incertidumbre expandida asociada $U(E)$ deben tener un valor menor o igual al error máximo permitido (emp) correspondiente a su serie, como se muestra en la Figura 4.1.

4.1 Errores máximos permitidos

En la norma ISO 649/1 [2] se presentan los errores máximos permitidos para las distintas series de hidrómetros. Los valores de estos errores máximos permitidos se muestran en la Tabla 4.1.

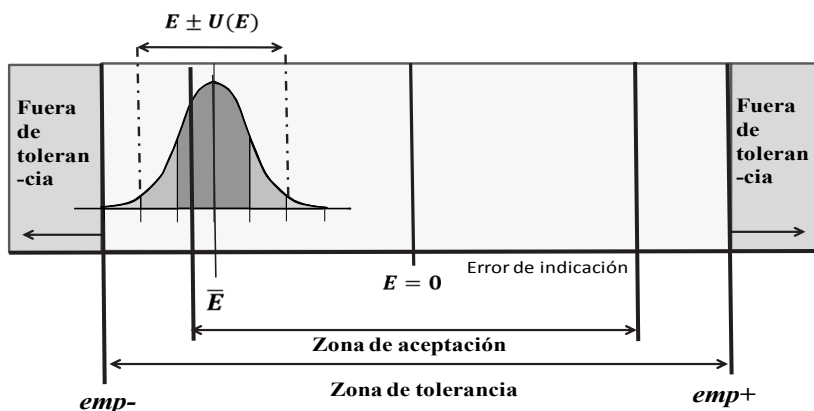


Figura 4.1 Criterio para la evaluación de la conformidad de instrumentos.

Tabla 4.1. Errores máximos permitidos (emp) de los hidrómetros

Series	emp kg m^{-3}
L20	± 0.2
L50	± 0.5
M50	± 1.0
M100	± 2.0
S50	± 2.0
Sub-series	
L50SP	± 0.3
M50SP	± 0.6
S50SP	± 1.0

4.2 Categorías estándar de tensión superficial

Debido al impacto que tiene sobre la indicación del instrumento el valor de la tensión superficial del líquido de medición, los hidrómetros están fabricados en tres categorías [4],

- 1) Baja (*Low*) con tensión superficial hasta 34 mN m^{-1}
- 2) Media (*Medium*) con tensión superficial desde 35 mN m^{-1} hasta 55 mN m^{-1}
- 3) Alta (*High*) con tensión superficial hasta 75 mN m^{-1}

5 ASPECTOS GENERALES DE LA CALIBRACIÓN

5.1 Sistema de medición

El laboratorio de calibración debe contar con todo lo necesario para el manejo y calibración de los hidrómetros en función de la incertidumbre requerida para la serie de instrumentos que se pretende calibrar. Los instrumentos y accesorios necesarios dependen del arreglo en particular que pretenda el laboratorio para la calibración, sin embargo el sistema de calibración puede incluir el siguiente equipo:

- Balanza con la posibilidad de pesar por debajo de ésta
- Líquido de densidad conocida y con trazabilidad al SI
- Instrumento para medir la temperatura del líquido (termómetro)
- Instrumento para medir la temperatura ambiental (termómetro)
- Instrumento para medir la presión atmosférica (barómetro)
- Instrumento para medir la humedad relativa del aire (higrómetro)
- Juego de pesas
- Mesa acondicionada para realizar las pesas por debajo de la balanza
- Baño termostático con control de temperatura
- Sistema de suspensión del hidrómetro (para colocarlo en posición de pesada)
- Sistema de apoyo visual para la alineación de la marca a calibrar del hidrómetro con el espejo del líquido (p.ej. lupa o cámara).
- Accesorios para la limpieza y manejo de los instrumentos y equipos, p.ej. pinzas u horquillas para pesas, guantes, perillas, papel entre otros.

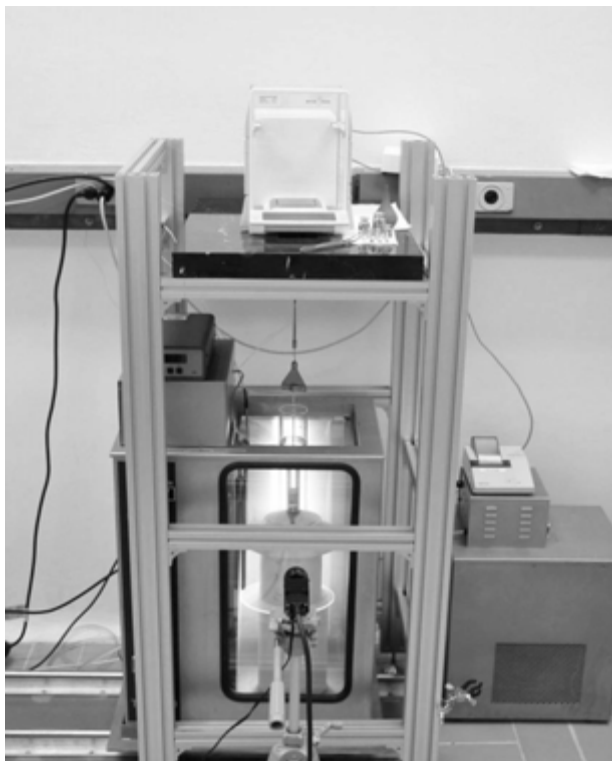


Figura 5.1 Sistema para la calibración de hidrómetros por el método de Cuckow.

El sistema de suspensión del hidrómetro debe ser diseñado de tal manera que evite poner en riesgo el instrumento considerando que la espiga del hidrómetro es muy delicada y si se ejerce demasiada presión sobre ella, ésta puede romperse, y por el contrario, si no se sujeta firmemente el hidrómetro puede resbalar y caer.

Por otro lado, si el hidrómetro no es suspendido en posición completamente vertical durante la pesada del instrumento parcialmente sumergido en el líquido de referencia, no se tendrán lecturas confiables y se produzcan errores asociados a la alineación del instrumento.

Los instrumentos mencionados (balanza, pesas, e instrumentos para medir las condiciones ambientales y e instrumento para la medición de la temperatura del líquido), deben estar calibrados y certificados.

En función de la incertidumbre requerida, es posible que el laboratorio utilice a la balanza calibrada como instrumento patrón y no requiera del uso de patrones de masa, los cuales son necesarios para aquellos laboratorios que requieren la mayor exactitud posible y utilicen la balanza como comparadora de masa (comparación entre el hidrómetro y los patrones de masa).

El sistema de medición debe estar instalado en un cuarto libre de vibraciones, corrientes de aire y todos aquellos factores de influencia que pudieran afectar a la estabilidad de la temperatura y/o a las indicaciones del instrumento para pesar.

Es importante que el laboratorio de calibración controle los gradientes de temperatura tanto verticales como horizontales (gradientes espaciales) en el líquido de referencia en densidad, al igual que la estabilidad de temperatura previo y durante la calibración, permitiendo que el hidrómetro se ambiente apropiadamente, y que la temperatura se mantenga estable durante la calibración (gradiente temporal). El valor de los gradientes espaciales y temporales depende de la incertidumbre requerida en la calibración.

Para definir las variaciones máximas permitidas en la temperatura del líquido de referencia (y que tipo de control de temperatura se requiere) se debe de considerar el valor del coeficiente de expansión térmico del líquido de referencia (α),

$$\Delta\rho = \alpha\Delta t \quad (5.1)$$

En donde $\Delta\rho$ es una variación en la densidad del líquido y Δt es la variación en temperatura, por tanto considerando que el valor del coeficiente de expansión térmico del agua es aprox. $-0.0002\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, una variación de $0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ provoca una variación relativa en la densidad del agua de aproximadamente -4×10^{-5} .

5.2 Preparación del instrumento a calibrar

El metrólogo debe revisar el instrumento previo a la calibración para asegurarse de que el instrumento tenga una identificación única e indeleble (p.ej. No. de serie), que no se encuentre fracturado, que la escala se mantenga fija a la espiga del instrumento, y que el lastre se mantenga fijo en su posición, ver figura 5.2.

Si el instrumento se encuentra fracturado, la escala no está fija a la espiga o el lastre se mueve de su posición, el instrumento no puede ser calibrado y se debe notificar al usuario.

Algunos hidrómetros cuentan con un termómetro integrado, este equipo se calibra con un procedimiento propio de la magnitud (temperatura), y no es parte del alcance de esta guía.

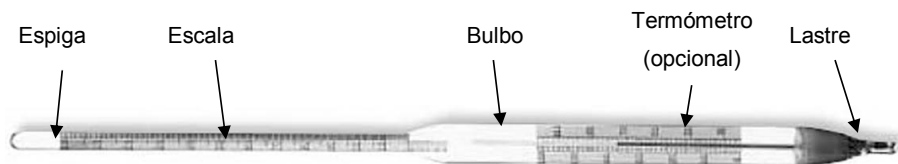


Figura 5.2 Partes de los hidrómetros

Si el usuario no solicita un valor de temperatura diferente, la calibración se debe realizar a 20 °C, sin embargo es importante aclarar este tema con el cliente ya que algunos instrumentos están diseñados para ser utilizados a 15.56 °C (60 °F) u otro valor de temperatura en función del uso específico del instrumento.

Previo a la calibración, el hidrómetro debe de limpiarse minuciosamente. Antes de usar cualquier solvente, se debe verificar la compatibilidad con el material del hidrómetro.

Una vez que el instrumento está limpio debe dejarse ambientar hasta que alcance la temperatura de medición. La ambientación es en el aire si se va a realizar la pesada del hidrómetro en el aire o inmerso en el líquido (hasta la marca de calibración), si se va a realizar la pesada del hidrómetro dentro del líquido. Es muy importante que todo el sistema de medición se encuentre estable en temperatura (ambientado) para obtener los mejores resultados en la calibración.

Se deben de registrar las indicaciones de temperatura ambiental, temperatura del líquido patrón, humedad relativa y presión atmosférica y, verificar que no se presenten variaciones significativas en ninguna de ellas en relación a la incertidumbre requerida de la calibración.

5.3 Patrón de densidad (líquido de densidad conocida)

La calibración de hidrómetros mediante el método de Cuckow requiere del uso de un líquido cuya densidad se conozca con la incertidumbre apropiada en función de la incertidumbre requerida en la calibración de los instrumentos (ver sección 5.5).

Entre los líquidos más utilizados como patrón de densidad están:

Tabla 5.1 Líquidos comúnmente utilizados como patrón de densidad en la calibración de hidrómetros

Líquido	Densidad @ 20 °C y 101.325 kPa kg m ⁻³	Coef. de expansión térmico @ 20 °C C ⁻¹	Tensión superficial @ 20 °C mN m ⁻¹
Agua	≈ 998.2	≈ -2 x 10 ⁻⁴	≈ 73
Pentadecano	≈ 769.0	≈ -9 x 10 ⁻⁴	≈ 27
n- Nonano	≈ 718.0	≈ -9 x 10 ⁻⁴	≈ 26

Nota: Valores de la tabla se colocan solo como referencia rápida, los valores específicos dependen de la muestra en particular.

Los líquidos que se presentan en la tabla 5.1 como se mencionó anteriormente son comúnmente utilizados como patrón de densidad para la calibración de hidrómetros por el método de Cuckow, sin embargo es posible utilizar éstos líquidos u otros diferentes siempre y cuando el valor de densidad tenga trazabilidad y que sus valores de tensión superficial, coeficiente de expansión y coeficiente de compresibilidad se conozcan con la exactitud requerida.

La trazabilidad del valor de densidad del agua se puede obtener mediante la medición de su temperatura, presión atmosférica y calculando su valor mediante la fórmula apropiada en función de la incertidumbre requerida, p.ej. Tanaka et al. [13], que es la que mayor exactitud permite para muestras de agua pura. Es responsabilidad del laboratorio demostrar la pureza del agua y de igual forma demostrar que la fórmula puede ser aplicada (p.ej. mediante mediciones de la resistividad o la conductividad). De igual forma es importante demostrar la trazabilidad de las mediciones de temperatura y presión.

En lo que se refiere a líquidos diferentes al agua, la trazabilidad de su valor de densidad en general proviene de una medición previa p.ej. mediante pesada hidrostática utilizando un patrón sólido de densidad, y por tanto el valor debe estar certificado con un valor de incertidumbre asociado al valor de densidad acorde a la exactitud requerida en la calibración de los hidrómetros (ver sección 5.5).

En cualquier caso es importante que el laboratorio de calibración mantenga el control metrológico de su patrón de densidad (líquido de referencia), y demuestre la trazabilidad del valor de densidad hacia las unidades del Sistema Internacional.

Debido a que el valor de densidad, está relacionado a un valor de temperatura (y de presión, para algunos casos en los que la incertidumbre así lo requiera), es muy importante que las mediciones de temperatura (y de presión si es el caso) sean medidas con la exactitud requerida y trazabilidad confiable.

5.4 Valores nominales para la calibración

Para la calibración de hidrómetros se recomienda que al menos sean elegidos tres valores nominales para calibrar. Los valores nominales generalmente deben estar distribuidos en el alcance de medición del instrumento para la calibración, usualmente se calibran el segundo y el penúltimo valor nominal de la escala además del valor central.

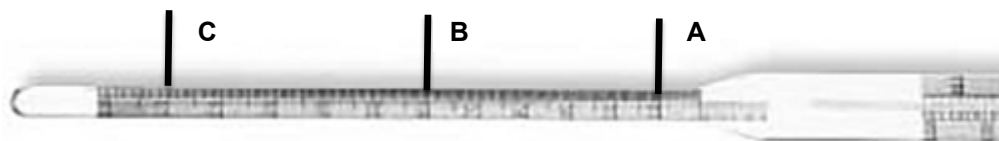


Figura 5.3 Valores Nominales a calibrar del hidrómetro

En caso de que el usuario así lo requiera, se pueden incluir más valores nominales del instrumento a calibrar.

Una buena práctica de calibración es iniciar calibrando el valor nominal A (figura 5.3), posteriormente el valor nominal B y finalizar con el valor nominal C, para evitar que la escala se moje arriba del valor nominal a calibrar, lo cual introduciría un error en la medición al incrementar el valor de masa del hidrómetro.

5.5 Incertidumbre requerida en la calibración.

Es importante que el valor de la incertidumbre asociada a los errores de indicación obtenidos en la calibración esté acorde a las características de fabricación del hidrómetro; debido a ello la incertidumbre requerida en la calibración de los hidrómetros está relacionada con su serie de fabricación y con sus errores máximos permitidos correspondientes.

La incertidumbre requerida en la calibración de los hidrómetros (incertidumbre expandida con un factor de cobertura igual a 2), deberá ser menor o igual a un tercio del *emp* (error máximo permitido) de la serie correspondiente al instrumento bajo calibración.

$$U_{req}(E) \leq \frac{1}{3} emp \quad (5.2)$$

Esta relación de la incertidumbre de calibración con el error máximo permitido del instrumento, permite obtener un índice de capacidad de medición en la calibración de los instrumentos igual a tres, $C_m = 3$ [3].

El laboratorio de calibración debe ser capaz de obtener el valor de incertidumbre en la calibración de los hidrómetros acorde a la serie de instrumentos que pretende calibrar.

Tabla 5.2. Incertidumbre requerida en la calibración de los hidrómetros en función de la serie

Series	emp $kg\ m^{-3}$	$U_{req, k=2}$ $kg\ m^{-3}$
L20	± 0.2	≤ 0.067
L50	± 0.5	≤ 0.17
M50	± 1.0	≤ 0.33
M100	± 2.0	≤ 0.67
S50	± 2.0	≤ 0.67
Sub-series		
L50SP	± 0.3	≤ 0.10
M50SP	± 0.6	≤ 0.20
S50SP	± 1.0	≤ 0.33

En la tabla 5.2 se puede observar que para los hidrómetros L20 se requiere la menor incertidumbre de calibración debido a que son los instrumentos que tienen el menor error máximo permitido.

5.6 Método de medición para la calibración de los hidrómetros

La calibración de hidrómetros por el método de Cuckow requiere de la medición de la masa del hidrómetro en el aire, y la medición de la masa del hidrómetro parcialmente inmerso en el líquido de referencia hasta la marca a calibrar.

El nivel del espejo del líquido debe estar alineado al centro de la marca (Figura 5.3). Existen diferentes técnicas para la alineación de la marca del hidrómetro al espejo del líquido de referencia así como diferentes dispositivos para auxiliar al metrólogo en esta alineación, p.ej. cámara, lente de aumento, etc. [14, 15]. El método y dispositivo a emplear por el metrólogo depende del nivel de incertidumbre requerido en calibración.

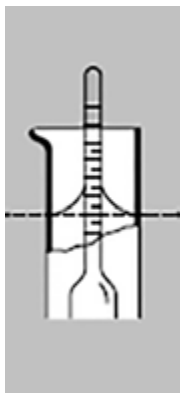


Figura 5.4 Alineación del hidrómetro a la marca de calibración

5.6.1 Principio de medición para la calibración

El principio físico en el que está basada la calibración es el principio de Arquímedes, en el cual se mide el valor del empuje del líquido de referencia que este tiene sobre hidrómetro suspendido hasta la marca de calibración. Este empuje es medido por mediante el uso de una balanza, mediante la relación entre el valor de masa del hidrómetro en el aire y de la masa (aparente) del hidrómetro parcialmente sumergido.

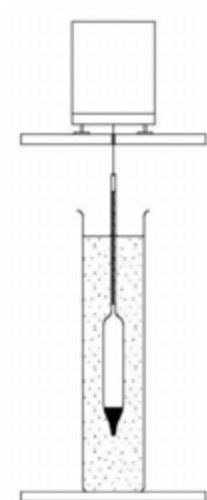


Figura 5.5 Esquema de calibración de hidrómetros por el método de Cuckow

5.6.2 Número de mediciones necesarias

El número de mediciones necesarias (repeticiones) para la calibración de los hidrómetros dependerá de las contribuciones a la incertidumbre que se presenten debido al proceso de pesada del hidrómetro con relación a la incertidumbre requerida en la calibración del instrumento (ver tabla 5.2).

El metrólogo debe tener en cuenta que en general aumentar el número de mediciones puede ayudar a disminuir la incertidumbre de calibración del instrumento, sin embargo puede aumentar el costo de la misma.

No se recomienda realizar menos de tres repeticiones en las mediciones de la masa del hidrómetro tanto en el aire como parcialmente sumergido en el líquido de referencia.

5.6.3 Procedimiento general de calibración

El procedimiento de calibración de los hidrómetros tiene las siguientes etapas:

- a. Identificación de las características del instrumento, (alcance, resolución, serie, *emp*, e incertidumbre requerida).
- b. Limpieza y ambientación de instrumento a calibrar
- c. Preparación y estabilización del sistema de medición (p.ej. líquido de referencia, balanza, baño termostático, termómetro para la medición de la temperatura del líquido, instrumentos para la medición de las condiciones ambientales, pesas patrón, entre otros)
- d. Medición de la masa del hidrómetro en el aire
- e. Medición de la masa del hidrómetro sumergido hasta la marca a calibrar (se calibra en al menos tres valores nominales diferentes).

6 MODELO DE MEDICIÓN

El modelo de medición para la calibración de hidrómetros por el método de Cuckow es el siguiente:

El error de indicación $E(I)$, del hidrómetro se calcula como:

$$E(I) = I(\rho) - \rho_x - \varepsilon_d \quad (6.1)$$

Siendo

$I(\rho)$	Indicación del hidrómetro, valor nominal de la marca a calibrar; kg m ⁻³
ρ_x	Densidad a la marca calibrada; kg m ⁻³
ε_d	Error debido a la resolución finita del hidrómetro, tiene media cero pero contribuye a la incertidumbre ≈ 0 kg m ⁻³

6.1 Densidad del líquido al nivel de la marca

El valor de la densidad del líquido a la marca calibrada (ρ_x), se calcula de la siguiente manera,

$$\rho_x = (\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left[\frac{m_a + \frac{\pi D \gamma_x}{g}}{m_a - m_L + \frac{\pi D \gamma_L}{g}} \right] + \rho_a f_{t,a} \quad (6.2)$$

Donde:

ρ_L	Densidad del líquido de referencia a las condiciones de medición; kg m ⁻³
ρ_a	Densidad del aire durante la medición; kg m ⁻³
$f_{t,x}$	Factor de corrección de volumen del material del hidrómetro debido a un cambio de temperatura Δt ; el segundo subíndice indica si este cambio se refiere a la temperatura del aire o a la del líquido; adimensional
m_a	Masa aparente del hidrómetro en el aire; kg
m_L	Masa aparente del hidrómetro suspendido hasta la marca de calibración; kg
D	Diámetro de la espiga al nivel de la marca a calibrar; m
g	Aceleración de la gravedad local; m s ⁻²
γ_L	Tensión superficial del líquido de referencia; N m ⁻¹
γ_x	Tensión superficial del líquido en donde será utilizado el hidrómetro; N m ⁻¹

6.2 Densidad del líquido de referencia

Si se utiliza agua con las características necesarias para ser utilizada como material de referencia en densidad, el valor de la densidad de esta se calcula midiendo la temperatura y la presión (en función de la incertidumbre requerida), y estos valores de temperatura y presión se introducen en la fórmula correspondiente. La fórmula que permite la menor incertidumbre en el cálculo de la densidad del agua en el intervalo de 0° C a 40° C es la fórmula de Tanaka [13], sin embargo existen algunas otras fórmulas que podrían utilizarse si la incertidumbre requerida en la calibración del hidrómetro lo permite, ver Anexo B.

El valor de la densidad del líquido de referencia puede ser obtenido mediante una medición y certificación previa. Este valor de densidad, debe estar referido a un

valor de temperatura y presión de referencia, por tanto se debe calcular la densidad a la temperatura t_x y presión p_x de medición.

La densidad del líquido a las condiciones de medición (para la calibración del hidrómetro) se calcula con la siguiente expresión,

$$\rho_L = \rho_{Cert} f_t^{-1} f_p^{-1} - \varepsilon_{est} \quad (6.3)$$

En donde,

ρ_L	Densidad a una temperatura t_x y presión p_x ; kg m^{-3}
ρ_{Cert}	Densidad del líquido a las condiciones de referencia, a la temperatura T y a la presión P ; kg m^{-3}
f_p	Factor de corrección de la densidad del material de referencia debido a un cambio de presión Δp ; adimensional
ε_{est}	Error de densidad debido a la (falta de) estabilidad del valor de densidad de referencia; kg m^{-3}

6.3 Cálculo del factor de corrección del volumen / densidad debido a un cambio de temperatura

El factor de corrección, para corregir el valor de volumen o densidad de referencia debido a un cambio en temperatura ($\Delta t = t_x - t_{Ref}$), se calcula con la siguiente expresión,

$$f_t = 1 + \alpha(t_x - t_{Ref}) \quad (6.4)$$

En donde

f_t	Factor de corrección por temperatura, adimensional
α	Coefficiente de expansión volumétrico del material, $^{\circ}\text{C}^{-1}$
t_x	Temperatura x , a la que se desea conocer el volumen / densidad del material, $^{\circ}\text{C}$
t_{Ref}	Temperatura de referencia de la densidad del fluido, $^{\circ}\text{C}$

Nota: El coeficiente de expansión volumétrico del fluido α_{vol} puede expresarse de diferentes formas: en otras unidades (p. ej. en $\text{kg m}^{-3} ^{\circ}\text{C}^{-1}$) o como una función de la temperatura, (p. ej. como un polinomio $\alpha(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n$). En estos casos, el modelo matemático del factor f_t podría ser diferente al propuesto.

6.4 Cálculo del factor de corrección de la densidad debido a un cambio en el valor de la presión

El factor de corrección para corregir la densidad de referencia debido a un cambio en presión ($\Delta p = p_x - p_{Ref}$), se calcula con la siguiente expresión,

$$f_p = 1 - \beta(p_x - p_{Ref}) \quad (6.5)$$

En donde

f_p	Factor de corrección por presión, adimensional
β	Coefficiente de compresibilidad isotérmico del fluido, Pa^{-1}
p_x	Presión x , a la que se desea conocer la densidad del fluido, Pa
p_{Ref}	Presión de referencia a la que se conoce la densidad del fluido, Pa

Nota: El coeficiente de compresibilidad isotérmico del fluido β puede expresarse de diferentes formas: en otras unidades (p. ej. en $\text{kg m}^{-3} \text{Pa}^{-1}$) o como una función de la presión, (p. ej. como un polinomio $\beta(p) = b_0 + b_1p + \dots + b_np^n$). En estos casos, el modelo matemático del factor f_p podría ser diferente al propuesto.

6.5 Densidad del aire

La densidad del aire y su incertidumbre se calcula introduciendo los valores de temperatura, humedad relativa y presión atmosférica, en la fórmula correspondiente.

La fórmula que mayor exactitud ofrece es la conocida como CIPM 2007 [17], sin embargo si la incertidumbre requerida en la calibración de los hidrómetros lo permite, se pueden utilizar otras fórmulas para calcular la densidad del aire, las cuales son aproximaciones que si bien tienen mayor facilidad de cálculo de la densidad del aire, tienen incertidumbre asociada mayor que la fórmula CIPM 2007, ver anexo B.

6.6 Masa aparente del hidrómetro en el aire o parcialmente sumergido en el líquido de referencia

La medición de la masa aparente de hidrómetro en el aire o parcialmente sumergido (hasta la marca a calibrar), se puede realizar o por lectura directa, utilizando a la balanza como patrón [19], o utilizando a la balanza y pesas patrón utilizando un método de comparación.

Si la masa aparente del hidrómetro (en el aire o en el líquido) se obtiene por lectura directa de la balanza, esta medición se realiza como la diferencia de dos indicaciones, la indicación de la balanza con carga (con el hidrómetro más la suspensión, si es el caso) y la de balanza sin carga (o únicamente con la

suspensión). La expresión para obtener la masa aparente del hidrómetro es la siguiente,

$$m_{a,L} = (R_{hyd} - \varepsilon_I) \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_c}\right) - \varepsilon_{dig\ hyd} - (R_0 - \varepsilon_{dig0}) \quad (6.6)$$

R_{hyd}	Promedio de las indicaciones del instrumento para pesar, kg
ε_I	Error de indicación de la balanza calibrada, kg
ρ_c	Densidad convencional de las pesas patrón, $\approx 8\,000\text{ kg m}^{-3}$
R_0	Indicación de la balanza sin carga, si se tara la balanza antes de colocar la carga es igual a 0 kg
$\varepsilon_{dig\ hyd}$	Error debido a la resolución finita de la balanza con el hidrómetro suspendido o apoyado en el plato de pesada de la balanza, tiene media cero pero aporta a la incertidumbre, $\approx 0\text{ kg}$
ε_{dig0}	Error debido a la resolución finita de la balanza sin carga, tiene media cero pero aporta a la incertidumbre, $\approx 0\text{ kg}$

Si la masa aparente del hidrómetro (en el aire o en el líquido) se obtiene por comparación contra pesas patrón, la expresión es la siguiente,

$$m_{a,L} = [m_s + (R_{hid} - R_{ms})] \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_c}\right) - \varepsilon_{dig\ hyd} - \varepsilon_{dig\ ms} \quad (6.7)$$

En donde,

m_s	Masa certificada de las pesas patrón que equilibran a la indicación del hidrómetro, kg
R_{hid}	Indicación de la balanza con el hidrómetro (y la suspensión si aplica) suspendida de la balanza, kg
R_{ms}	Indicación de la balanza con las pesas patrón (y la suspensión si aplica) colocadas en el plato de la balanza, kg
$\varepsilon_{dig\ ms}$	Error debido a la resolución finita de la balanza con las pesas colocadas sobre el plato de pesada (y la suspensión si aplica), $\approx 0\text{ kg}$

Nota: En cualquier caso, la masa de la suspensión del hidrómetro debe ser eliminada del valor de la masa del hidrómetro en el aire o de la masa del hidrómetro parcialmente sumergido en el líquido de referencia.

Es posible que en función de la densidad del líquido y el valor de densidad nominal del hidrómetro a calibrar, se requiera del uso de un lastre para hundir el hidrómetro hasta la marca a calibrar, por tal motivo es necesario medir la masa del

lastre sumergido en el líquido de referencia y restar esta masa a la masa del hidrómetro en el líquido.

6.7 Tensión superficial del líquido de referencia

El valor de la tensión superficial del líquido de referencia debe ser medido o conocido con la exactitud suficiente en vista de la exactitud requerida en la calibración. En algunos líquidos, el valor de la tensión superficial cambia conforme se contamina la capa superficial del líquido (p.ej. el agua) y, por tal motivo para tales líquidos, se recomienda renovar la superficie del líquido continuamente para mantener estable el valor de tensión superficial.

6.8 Tensión superficial del líquido en donde será utilizado el hidrómetro

Los hidrómetros deben ser calibrados para el valor de tensión superficial de los líquidos en donde normalmente será utilizado el instrumento calibrado, esto permite al usuario tener un menor error de indicación debido a este factor.

En la norma internacional ISO 649/1 [2], se presentan tres categorías para la tensión superficial de los hidrómetros, así como valores de tensión superficial característicos a utilizar en función de estas categorías y del valor nominal de la densidad del instrumento.

Cuando el metrólogo no tenga una indicación del valor de tensión superficial del líquido a medir por parte del usuario (en uso del instrumento), podrá seleccionar el valor de tensión superficial en función de su categoría y el valor nominal de la densidad a calibrar.

7 INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN

El cálculo de la incertidumbre de calibración del hidrómetro se realiza aplicando la ley de propagación de incertidumbres al modelo matemático que describe la calibración [10].

De manera general, la incertidumbre estándar combinada $u_c(y)$ es la raíz positiva de la raíz cuadrada de la varianza combinada $u_c^2(y)$, la cual se obtiene de

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta f}{\delta x_i} \right)^2 u^2(x_i) \quad (7.1)$$

La fórmula básica para la calibración de cada uno de los valores nominales bajo prueba es la (6.1), con las varianzas siguientes,

$$u^2(E(I)) = u^2(I) + u^2(\rho_x) + u^2(\varepsilon_d) \quad (7.2)$$

Nota: La varianza es el valor de la desviación estándar elevado al cuadrado, aplicado a los conceptos de incertidumbre, la incertidumbre estándar elevada al cuadrado es una varianza.

7.1 Incertidumbre asociada a la indicación del hidrómetro durante la pesada en el líquido

La incertidumbre debida a la indicación hidrómetro en la calibración, está asociada a la repetibilidad de las mediciones. Esta repetibilidad puede mejorarse significativamente con el apoyo de dispositivos ópticos, p.ej. cámaras o lentes de aumento.

$$u(I) = \frac{s(I)}{\sqrt{n}}; \quad u(I) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\sum (I_i - \bar{I})^2}{n-1}} \quad (7.3)$$

Con

s Desviación estándar de las mediciones; kg m⁻³
 n Número de repeticiones

7.2 Incertidumbre asociada a la resolución del hidrómetro

La incertidumbre debida a la resolución del hidrómetro se estima asignando una distribución de probabilidad rectangular a la resolución de instrumento. La resolución del hidrómetro es estimada por el metrologo como la mínima variación perceptible de la indicación del instrumento, y la cual podría reducirse significativamente con el uso de dispositivos ópticos auxiliares,

$$u(\varepsilon_d) = \frac{d}{\sqrt{12}} \quad (7.4)$$

Con,

d Resolución asignada al hidrómetro, kg m⁻³

7.3 Incertidumbre asociada a la densidad al nivel de la marca de calibración

La incertidumbre debida a la densidad medida al nivel de la marca calibrada se obtiene del modelo (6.2).

La varianza combinada (incertidumbre elevada al cuadrado) de la densidad al nivel de la marca a calibrar queda de la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
 u^2(\rho_x) = & \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta\rho_L}\right)^2 u^2(\rho_L) + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta\rho_a}\right)^2 u^2(\rho_a) + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta m_a}\right)^2 u^2(m_a) + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta m_L}\right)^2 u^2(m_L) \\
 & + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta D}\right)^2 u^2(D) + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta g}\right)^2 u^2(g) + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta\gamma_L}\right)^2 u^2(\gamma_L) + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta f_{t,L}}\right)^2 u^2(f_{t,L}) \\
 & + \left(\frac{\delta\rho_x}{\delta f_{t,a}}\right)^2 u^2(f_{t,a})
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

Los coeficientes de sensibilidad son los siguientes,

$$\frac{\delta\rho_x}{\delta\rho_L} = f_{t,L} \cdot \left[\frac{m_a + \frac{\pi D\gamma_x}{g}}{m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g}} \right] \tag{7.6}$$

$$\frac{\delta\rho_x}{\delta\rho_a} = f_{t,a} - f_{t,L} \cdot \left[\frac{m_a + \frac{\pi D\gamma_x}{g}}{m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g}} \right] \tag{7.7}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\rho_x}{\delta m_a} = & \left\{ \left[\left(m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g} \right) \cdot (\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \right] - \left[(\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(m_a + \frac{\pi D\gamma_x}{g} \right) \right] \right\} \\
 & \cdot \left(m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g} \right)^{-2}
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

$$\frac{\delta\rho_x}{\delta m_L} = \left\{ \left[(\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(m_a + \frac{\pi D\gamma_x}{g} \right) \right] \right\} \cdot \left(m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g} \right)^{-2} \tag{7.9}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta\rho_x}{\delta D} = & \left\{ \left[\left(m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g} \right) \cdot (\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(\frac{\pi D\gamma_x}{g} \right) \right] \right. \\
 & \left. - \left[(\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(m_a + \frac{\pi D\gamma_x}{g} \right) \cdot \left(\frac{\pi D\gamma_L}{g} \right) \right] \right\} \cdot \left(m_a - m_L + \frac{\pi D\gamma_L}{g} \right)^{-2}
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

$$\frac{\delta \rho_x}{\delta g} = \left\{ \left[\left(m_a - m_L + \frac{\pi D \gamma_L}{g} \right) \cdot (\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(-\frac{\pi D \gamma_x}{g^2} \right) \right] \right. \\ \left. - \left[(\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(m_a + \frac{\pi D \gamma_x}{g} \right) \cdot \left(-\frac{\pi D \gamma_L}{g^2} \right) \right] \right\} \cdot \left(m_a - m_L + \frac{\pi D \gamma_L}{g} \right)^{-2} \quad (7.11)$$

$$\frac{\delta \rho_x}{\delta \gamma_L} = \left[(\rho_L f_{t,L} - \rho_a f_{t,a}) \cdot \left(m_a + \frac{\pi D \gamma_x}{g} \right) \cdot \left(\frac{\pi D}{g} \right) \right] \cdot \left(m_a - m_L + \frac{\pi D \gamma_L}{g} \right)^{-2} \quad (7.12)$$

$$\frac{\delta \rho_x}{\delta f_{t,L}} = \rho_L \left[\frac{m_a + \frac{\pi D \gamma_x}{g}}{m_a - m_L + \frac{\pi D \gamma_L}{g}} \right] \quad (7.13)$$

$$\frac{\delta \rho_x}{\delta f_{t,a}} = \rho_a - \rho_a \left[\frac{m_a + \frac{\pi D \gamma_x}{g}}{m_a - m_L + \frac{\pi D \gamma_L}{g}} \right] \quad (7.14)$$

7.3.1 Incertidumbre asociada al factor de corrección del volumen / densidad del hidrómetro, debido a una diferencia de temperatura entre el aire/líquido y la temperatura de referencia

Si se existe una diferencia de temperatura entre el valor de la temperatura de referencia y el valor de la temperatura de medición, la varianza asociada a este factor de corrección es la siguiente:

$$u^2(f_{t,a,L}) = \alpha^2 u^2(t_{a,L}) + (t_{a,L} - t_{Ref})^2 u^2(\alpha) \quad (7.15)$$

Con

$u(t_{a,L})$ Incertidumbre de la temperatura del aire o del líquido

$u(\alpha)$ Incertidumbre del coeficiente de expansión volumétrico del material del hidrómetro

7.3.2 Incertidumbre asociada a la densidad del líquido de referencia

Si se utilizó agua como líquido de referencia en densidad, la incertidumbre del valor de densidad del agua a la temperatura (y si aplica de presión) de medición se estima de acuerdo a la fórmula utilizada, incluyendo las contribuciones debidas a la temperatura, presión y la propia de la fórmula.

La incertidumbre de la temperatura (y si aplica de la presión también), debe considerar: la incertidumbre de calibración del instrumento, la contribución debida a la resolución, la estabilidad del parámetro bajo medición en el líquido, los gradientes, etc. La varianza de la temperatura se calcularía de la siguiente manera:

$$u^2(t) = u^2(\varepsilon_t) + \left(\frac{d_t}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{s(t)}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{t_{Max}-t_{min}}{\sqrt{12}}\right)^2 \quad (7.16)$$

$u(\varepsilon_t)$	Incertidumbre del error de calibración del termómetro; °C
d_t	Resolución del termómetro; °C
$s(t)$	Desviación estándar de las mediciones de temperatura; °C
t_{Max}	Valor de temperatura máximo, °C
t_{min}	Valor de temperatura mínimo, °C

Si el valor de la densidad del líquido de referencia proviene de una calibración previa, el valor de densidad e incertidumbre deben estar certificados a determinadas condiciones de temperatura y presión, por lo que aplicando la ley de propagación de incertidumbres al modelo (6.3), la varianza del valor de densidad de referencia se obtiene como,

$$u^2(\rho_L) = [f_t^{-1} f_p^{-1} u(\rho_{cert})]^2 + [\rho_L f_t^{-2} f_p^{-1}]^2 \{[\alpha_L u(t)]^2 + [(t_x - t_{Ref}) u(\alpha_L)]^2\} + [\rho_L f_t^{-1} f_p^{-2}]^2 \{[-\beta u(p)]^2 + [(p_{Ref} - p_x) u(\beta)]^2\} + u^2(\varepsilon_{est}) \quad (7.17)$$

La incertidumbre estándar asociada al error debido a la estabilidad de la densidad, puede estimarse considerando un valor máximo de variación (D_{drift}), y considerar este valor máximo como un medio intervalo de probabilidad uniforme.

$$u(\varepsilon_{est}) = \frac{D_{drift}}{\sqrt{3}} \quad (7.18)$$

Nota: el valor de variación máxima se considera como un medio intervalo.

7.3.3 Incertidumbre asociada a la densidad del aire

La incertidumbre de la densidad del aire se estima a partir de la fórmula que se utilizó para calcular el valor,

$$u^2(\rho_a) = \left[\frac{\delta \rho_a}{\delta t_a} u(t_a)\right]^2 + \left[\frac{\delta \rho_a}{\delta p} u(p)\right]^2 + \left[\frac{\delta \rho_a}{\delta hr} u(hr)\right]^2 + u_{form}^2 \quad (7.19)$$

Con,

$\frac{\delta \rho_a}{\delta t_a}$	Coficiente de sensibilidad de la densidad del aire con respecto a la temperatura, kg m ⁻³ C ⁻¹
------------------------------------	--

$\frac{\delta \rho_a}{\delta p}$	Coeficiente de sensibilidad de la densidad del aire con respecto a la presión, $\text{kg m}^{-3} \text{Pa}^{-1}$
$\frac{\delta \rho_a}{\delta hr}$	Coeficiente de sensibilidad de la densidad del aire con respecto a la humedad relativa del aire, kg m^{-3}
$u(t_a)$	Incertidumbre estándar de la temperatura, $^{\circ}\text{C}$
$u(p)$	Incertidumbre estándar de la presión, Pa
$u(hr)$	Incertidumbre estándar de la humedad relativa del aire, %
u_{form}^2	Incertidumbre asociada a la fórmula utilizada para calcular la densidad del aire, kg m^{-3}

Las incertidumbres debidas a la temperatura, presión y humedad relativa deben contener al menos las contribuciones debidas a la calibración del instrumento de medición, la resolución y los gradientes en su caso.

7.3.4 Incertidumbre asociada a la masa aparente del hidrómetro en el aire o parcialmente sumergido hasta la marca a calibrar

La varianza asociada a la masa aparente del hidrómetro en el aire o parcialmente sumergido hasta la marca a calibrar se estima dependiendo del método de medición, si la medición se realizó de manera directa la incertidumbre se obtiene de la fórmula (6.6) como:

$$u^2(m_{a,L}) = \left[\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_c} \right) \cdot \left(\frac{s(R)}{\sqrt{n}} \right) \right]^2 + \left[\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_c} \right) \cdot u(\varepsilon_I) \right]^2 + \left[\left(\frac{(R_{hid} - \varepsilon_I)}{\rho_c} \right) \cdot u(\rho_a) \right]^2 + \left(\frac{d_b}{\sqrt{6}} \right)^2 \quad (7.20)$$

Si la masa aparente se obtuvo por comparación contra patrones de masa, fórmula (6.7), la varianza queda,

$$u^2(m_{a,L}) = \left[\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_c} \right) \cdot \left(\frac{s(\Delta R)}{\sqrt{n}} \right) \right]^2 + \left[\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_c} \right) \cdot u(m_s) \right]^2 + \left[\left(\frac{m_s}{\rho_c} \right) \cdot u(\rho_a) \right]^2 + \left(\frac{d_b}{\sqrt{6}} \right)^2 \quad (7.21)$$

con

$s(R)$	Desviación estándar de las indicaciones de la balanza pesando el hidrómetro; kg
$s(\Delta R)$	Desviación estándar de las indicaciones de la balanza cuando se pesa el hidrómetro y cuando se colocan las pesas patrón, kg
d_b	Resolución de la balanza; kg

Nota: la incertidumbre debida a la resolución finita de la balanza, se calcula como:

$$u^2(\varepsilon_{dig\ x}) = \left(\frac{d_b}{\sqrt{12}}\right)^2 \quad (7.22)$$

Como la resolución contribuye en dos ocasiones debido a que la medición de masa en general es una diferencia entre dos indicaciones, la indicación de la balanza con el hidrómetro y la balanza sin carga, o de la balanza con el hidrómetro y la balanza con las pesas patrón, la varianza de esta doble contribución queda:

$$2 \cdot \left(\frac{d_b}{\sqrt{12}}\right)^2 = \left(\frac{d_b}{\sqrt{6}}\right)^2 \quad (7.23)$$

7.3.5 Incertidumbre asociada al diámetro de la espiga al nivel de la marca a calibrar

La varianza asociada al diámetro de la espiga depende del método e instrumento utilizado para medirlo. Por ejemplo, si el diámetro de la espiga se mide con un vernier, la incertidumbre del diámetro al menos debe contener las contribuciones debidas a la calibración del instrumento, a la resolución y a la variabilidad del diámetro.

$$u^2(D) = u^2(\varepsilon_V) + \left(\frac{d_V}{\sqrt{12}}\right)^2 + \left(\frac{s(D)}{\sqrt{n}}\right)^2 \quad (7.24)$$

En donde,

$u(\varepsilon_V)$	Incertidumbre estándar de la calibración del vernier, m
d_V	Resolución del vernier, m
$s(D)$	Desviación estándar de las mediciones del diámetro, m

Para algunos casos es posible estimar la incertidumbre del diámetro estimando un valor máximo y mínimo del diámetro de la espiga,

$$u(D) = \frac{D_{Max} - D_{min}}{\sqrt{12}} \quad (7.25)$$

en donde,

D_{Max}	Diámetro máximo de la espiga al nivel de la marca a calibrar, m
D_{min}	Diámetro mínimo de la espiga al nivel de la marca a calibrar, m

7.3.6 Incertidumbre asociada al valor de la gravedad local

La incertidumbre asociada al valor de la gravedad local puede ser estimada mediante un valor máximo y mínimo del valor de la gravedad local,

$$u(g) = \frac{g_{Max} - g_{min}}{\sqrt{12}} \quad (7.26)$$

con,

g_{Max} Valor de gravedad máximo, $m\ s^{-2}$
 g_{min} Valor de gravedad mínimo, $m\ s^{-2}$

7.3.7 Incertidumbre asociada al valor de tensión superficial del líquido de referencia

La incertidumbre de la tensión superficial del líquido de referencia puede provenir de una medición, en cuyo caso esta medición de la tensión superficial debe corresponder a la temperatura a la temperatura de medición, considerando que el valor de tensión superficial depende del valor de temperatura.

Cuando se tiene un valor de tensión superficial estimado, se debe estimar la incertidumbre mediante un valor máximo y valor mínimo de la tensión superficial, cuidando que estos valores realmente representen esos límites,

$$u(\gamma_L) = \frac{\gamma_{L\ max} - \gamma_{L\ min}}{\sqrt{12}} \quad (7.27)$$

con,

$\gamma_{L\ max}$ Valor máximo de la tensión superficial del líquido de referencia, $N\ m^{-1}$
 $\gamma_{L\ min}$ Valor mínimo de tensión superficial del líquido de referencia, $N\ m^{-1}$

7.4 Incertidumbre expandida del error de indicación del hidrómetro

A partir de la incertidumbre estándar combinada del error de indicación, fórmula (7.2), se calcula la incertidumbre expandida con (7.28), en donde k , usualmente es tomado como igual a 2, para obtener un nivel de confianza de aproximadamente igual al 95 % (con base en el teorema del límite central).

$$U(E(I)) = k \cdot u(E(I)) \quad (7.28)$$

Nota: Para mayor información sobre el factor de cobertura k , refiérase al anexo C.

7.5 Tabla del Presupuesto de Incertidumbres

Con la intención de mantener ordenada la información es conveniente llenar la tabla de presupuesto de incertidumbres.

Debido al gran número de variables involucradas, se puede trabajar con varias tablas de presupuesto de incertidumbre, dependiendo de las fuentes de información.

Tabla 7.1 Tabla de presupuesto de incertidumbre para el error de indicación

	Fuente	Valor ¹	Variabilidad ²	Distribución ³	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
1	Indicación del hidrómetro	I			$u(I)$	1	$u(I)$
2	Densidad a la marca	ρ_x			$u(\rho_x)$	1	$u(\rho_x)$
3	Resolución del hidrómetro	ε_d			$u(\varepsilon_d)$	1	$u(\varepsilon_d)$
						Incertidumbre estándar combinada	$u(E(I))$
4	Error de indicación⁴	$E(I)$				Incertidumbre expandida, $k=2$	$U(E(I))$

-
- ¹ Registrar el mejor estimado de la magnitud de entrada
 - ² Registrar el valor de la variabilidad de la incertidumbre estándar asociada.
 - ³ Registrar el tipo de distribución asociado a la fuente de incertidumbre.
 - ⁴ Registrar el mejor estimado del error de indicación durante la calibración.

Tabla 7.2 Tabla de presupuesto de incertidumbre para el valor de densidad al nivel de la marca

	Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
1	Densidad del líquido de referencia	ρ_L			$u(\rho_L)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta \rho_L}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta \rho_L} u(\rho_L)$
2	Densidad del aire	ρ_a			$u(\rho_a)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta \rho_a}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta \rho_a} u(\rho_a)$
3	Masa aparente del hidrómetro en el aire	m_a			$u(m_a)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta m_a}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta m_a} u(m_a)$
4	Masa aparente del hidrómetro en el líquido	m_L			$u(m_L)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta m_L}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta m_L} u(m_L)$
5	Factor de corrección de temperatura del aire	$f_{t,a}$			$u(f_{t,a})$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta f_{t,a}}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta f_{t,a}} u(f_{t,a})$
6	Factor de corrección de temperatura del líquido	$f_{t,L}$			$u(f_{t,L})$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta f_{t,L}}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta f_{t,L}} u(f_{t,L})$
7	Tensión superficial del líquido de referencia	γ_L			$u(\gamma_L)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta \gamma_L}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta \gamma_L} u(\gamma_L)$
8	Tensión superficial del líquido x	γ_x			---	---	---
9	Diámetro de la espiga	D			$u(D)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta D}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta D} u(D)$
10	Aceleración de la gravedad local	g			$u(g)$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta g}$	$\frac{\delta \rho_x}{\delta g} u(g)$
						Incertidumbre estándar combinada	$u(\rho_x)$
11	Densidad al nivel de la marca	ρ_x				Incertidumbre expandida, k=2	$U(\rho_x)$

8 CONTENIDO DEL CERTIFICADO DE CALIBRACIÓN

Esta sección contiene recomendaciones sobre la información que puede ser útil presentar en un certificado de calibración. Se pretende ser consistente con los requisitos de la ISO/IEC 17025, los cuales tienen prioridad.

8.1 Información General

- Identificación del Laboratorio de Calibración,
- Referencia a la acreditación (entidad de acreditación, número de la acreditación),
- Identificación del certificado (número de calibración, fecha de expedición, número de páginas),
- Firma(s) de persona(s) autorizada(s),
- Identificación del cliente,
- Identificación del instrumento calibrado,
- Información de identificación del instrumento (fabricante, no. de serie, división de escala),
- Advertencia de que el certificado puede ser reproducido sólo de manera íntegra a menos de que el laboratorio de calibración autorice lo contrario por escrito.

8.2 Información Acerca del Procedimiento de Calibración

- Fecha de las mediciones,
- Lugar de calibración,
- Condiciones ambientales durante la calibración,
- Información acerca del instrumento (tensión superficial del líquido en donde será utilizado), a la que fue calibrado,
- Referencia y/o descripción del procedimiento aplicado,
- Acuerdos con el cliente p.ej. sobre el alcance de calibración acordado, incertidumbre solicitada, tensión superficial del líquido en donde será utilizado, especificaciones metrológicas para las cuales se ha declarado conformidad,
- Información acerca de la trazabilidad de los resultados de la medición.

8.3 Resultados de Medición

- Las indicaciones (valores nominales) y los errores para los valores de densidad de prueba aplicados o los errores relacionados a las indicaciones – como valores discretos,
- La incertidumbre expandida de medición para los resultados declarados,
- Indicación del factor de cobertura k , con el comentario acerca de la probabilidad de cobertura,

- Para clientes con menor conocimiento (del tema), tanto como aplique, podrían ser útiles consejos acerca de:
 - la definición del error de indicación,
 - como corregir las lecturas en uso al restar los errores correspondientes.

8.4 Información Adicional

Se puede añadir al certificado, sin ser parte del mismo, información adicional sobre la incertidumbre de medición esperada en uso, incluyendo las condiciones bajo las cuales es aplicable.

Donde considerando los errores para la corrección, se podría utilizar la siguiente relación:

$$\rho_u = R - E(R) \pm U(\rho_u) \quad (8.1)$$

Donde

ρ_u	Densidad del líquido medida con el hidrómetro calibrado en uso, kg m ⁻³
R	Indicación del instrumento en uso. Se utiliza R en lugar de I para diferenciarla de las indicaciones durante la calibración, kg m ⁻³
$E(R)$	Error de indicación en uso, ver (9.2).
$U(\rho_u)$	Incertidumbre expandida de la densidad medida con el instrumento calibrado, kg m ⁻³

o donde los errores están incluidos en la “incertidumbre global de la densidad” $U_{gl}(\rho_u)$, y se podría utilizar la relación siguiente:

$$\rho_u = R \pm U_{gl}(\rho_u) \quad (8.2)$$

Se tendría que enunciar la declaración sobre la incertidumbre expandida asociada a los valores resultantes de la ecuación con un nivel de confianza de al menos el 95 %.

Opcional:

Donde aplique, se puede hacer una declaración de conformidad para alguna especificación existente (p.ej. ISO 649), y un intervalo de validez. De esta forma, la declaración podría ser de la forma:

$$\rho_u = R \pm Tol \quad (8.3)$$

Con

Tol Tolerancia, error máximo permitido de acuerdo a la serie del instrumento, siempre y cuando se haya evaluado la conformidad del instrumento con respecto a los requisitos correspondientes, ver fórmula (4.1)

y ésta podría ser dada adicionalmente a los resultados de medición, o como declaración independiente, con referencia a los resultados de medición declarados a ser retenidos en el laboratorio de calibración.

La declaración puede ser acompañada por un comentario indicando que todos los resultados de medición más las incertidumbres expandidas correspondientes se encuentran dentro de los límites de especificación.

9 MEDICIÓN DE DENSIDAD DE LÍQUIDOS UTILIZANDO UN HIDRÓMETRO CALIBRADO

En la industria es necesario medir la densidad de líquidos utilizados en procesos de transformación, por lo que se utilizan hidrómetros calibrados para la determinación la densidad de líquidos, por lo que hay que tener en cuenta lo siguiente:

- Las indicaciones obtenidas en el uso normal del instrumento para la medición de líquidos no son las mismas que las que se obtuvieron durante la calibración,
- El proceso de medición puede ser diferente del procedimiento de calibración, p.ej. seguramente sólo una lectura para cada indicación, no varias lecturas para obtener el valor promedio,
- Las condiciones de medición/operación pueden ser diferentes (temperatura, temperatura del líquido, etc.) a las de calibración,

9.1 Medición de la densidad de un líquido con un hidrómetro calibrado

El valor de densidad de un líquido medido con un hidrómetro calibrado se obtendría mediante la siguiente expresión:

$$\rho_u = R - E(R) - \varepsilon_{du} \quad (9.1)$$

ε_{du} Error debido a la resolución en uso del hidrómetro, esta resolución puede ser diferente a aquella determinada por el laboratorio de calibración, considerando que en la calibración pudieron utilizarse

herramientas que no necesariamente tiene el usuario o no con las mismas características, p.ej. cámara de visión, kg m^{-3}

El error de indicación en uso del instrumento es la suma de los errores debidos a la altura del menisco, la diferencia de temperaturas, la diferencia de tensión superficial del líquido bajo prueba con relación a las condiciones que se asumieron para la calibración del instrumento y la posible deriva del error de indicación del hidrómetros desde su calibración,

$$E(R) = E(I) + \varepsilon_h + \varepsilon_{\Delta t} + \varepsilon_{\Delta \gamma} + \varepsilon_{drift h} \quad (9.2)$$

En donde:

ε_h	Error de altura del menisco, este ocurre debido a que en líquidos opacos se debe leer la indicación del hidrómetro por arriba del menisco y no al nivel del espejo del líquido, kg m^{-3}
$\varepsilon_{\Delta t}$	Error debido a la diferencia de temperatura que puede existir, entre la temperatura de referencia de calibración del hidrómetro y la temperatura de medición en uso, kg m^{-3}
$\varepsilon_{\Delta \gamma}$	Error debido a la diferencia de tensión superficial que puede existir entre la tensión superficial de referencia (para su uso) a la cual fue calibrado el hidrómetro y la tensión superficial del líquido en el que se está utilizando el hidrómetro (uso del instrumento), kg m^{-3}
$\varepsilon_{drift h}$	Error debido a la posible deriva del error del hidrómetro desde su calibración, kg m^{-3}

9.1.1 Error debido a la resolución en uso del instrumento

El error debido a la indicación de densidad con el hidrómetro calibrado se estima con media cero e incertidumbre asumiendo una distribución de probabilidad uniforme para un intervalo en el cual se puede presumir que se encuentra la indicación del hidrómetro,

$$\varepsilon_{du} = 0 \pm \frac{d_u}{\sqrt{12}} \quad (9.3)$$

d_u Resolución en uso de instrumento, kg m^{-3}

9.1.2 Error debido a la altura del menisco

El error debido a la altura del menisco, cuando no puede leerse la indicación al nivel del líquido (ligeramente por debajo del espejo del líquido), se calcula como:

$$\varepsilon_h = \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2 \cdot g \cdot D^2 \cdot R}{\gamma}}\right) \cdot \frac{\Delta \rho \cdot \gamma}{g \cdot \Delta l \cdot D \cdot R} \quad (9.4)$$

En donde,

- R Indicación de densidad al nivel superior del menisco, kg m^{-3}
- γ Tensión superficial del líquido bajo medición, N m^{-1}
- $\Delta \rho$ Intervalo de escala del hidrómetro (división de escala), kg m^{-3}
- Δl Espaciamiento entre marcas de la escala del hidrómetro, m
- D Diámetro de la espiga, m
- g Aceleración de la gravedad local en el lugar de medición, m s^{-2}

La varianza asociada al error de la altura del menisco se calcula como:

$$u^2(\varepsilon_h) = \left[\frac{D \cdot \Delta \rho}{\gamma \cdot \Delta l \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}}} + \frac{\Delta \rho - \Delta \rho \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}}}{D \cdot g \cdot \Delta l \cdot R} \right]^2 \cdot u^2(\gamma) \quad (9.5)$$

$$+ \left[\frac{\gamma \cdot \Delta \rho \cdot (-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}})}{D^2 \cdot g \cdot \Delta l \cdot R \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}}} \right]^2 \cdot u^2(D)$$

$$+ \left[\frac{\gamma \cdot \Delta \rho \cdot (-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}})}{D \cdot g \cdot \Delta l \cdot R} \right]^2 \cdot u^2(\Delta l)$$

$$+ \left[\frac{\Delta \rho \cdot (\gamma \cdot D^2 \cdot g \cdot R - \gamma \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}})}{D \cdot g^2 \cdot \Delta l \cdot R \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot D^2 \cdot g \cdot R}{\gamma}}} \right]^2 \cdot u^2(g)$$

Una alternativa es estimar un valor máximo y mínimo del error debido a la altura del menisco, y en función de estos valores límites estimar la incertidumbre estándar asociada a este error asumiendo una distribución de probabilidad uniforme,

$$u(\varepsilon_h) = \frac{\varepsilon_{h \max} - \varepsilon_{h \min}}{\sqrt{12}} \quad (9.6)$$

9.1.3 Error debido a la diferencia de temperatura

El error debido a la diferencia entre la temperatura de medición con respecto a la temperatura de referencia (a la cual fue calibrado el hidrómetro), se calcula con la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{\Delta t} = \alpha \cdot R \cdot (t - t_0) \quad (9.7)$$

En donde,

α	Coeficiente de expansión volumétrico del vidrio (material de fabricación del hidrómetro), usualmente $25 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
R	Indicación del hidrómetro en uso, kg m^{-3}
t	Temperatura de medición, $^{\circ}\text{C}$
t_0	Temperatura de referencia y al cual fue calibrado el instrumento, $^{\circ}\text{C}$

La varianza asociada al error de temperatura se calcula como

$$u^2(\varepsilon_{\Delta t}) = R^2 \cdot (t - t_0)^2 \cdot u^2(\alpha) + \alpha^2 \cdot R^2 \cdot u^2(t) \quad (9.8)$$

Existe la posibilidad de estimar la incertidumbre estándar asociada a este error estimando límites máximo y mínimo de este valor y asumir una distribución de probabilidad uniforme a este intervalo,

$$u^2(\varepsilon_{\Delta t}) = \frac{\varepsilon_{\Delta t \text{ max}} - \varepsilon_{\Delta t \text{ min}}}{\sqrt{12}} \quad (9.9)$$

9.1.4 Error debido a la diferencia de tensión superficial del líquido bajo medición y la tensión superficial para la cual fue calibrado el instrumento

El error debido a la diferencia de tensión superficial que hay entre la tensión superficial del líquido bajo medición y la tensión de referencia (para la cual fue calibrado el hidrómetro), se calcula con la siguiente fórmula,

$$\varepsilon_{\Delta \gamma} = R \cdot \pi \cdot D \cdot (\gamma_x - \gamma_u) \quad (9.10)$$

Con

R	Indicación del hidrómetro en uso, kg m^{-3}
D	Diámetro de la espiga, m
γ_x	Tensión superficial de referencia (valor al cual fue calibrado el instrumento), Nm
γ_u	Tensión superficial del líquido bajo prueba, Nm

La varianza asociada al error de medir un líquido cuya tensión superficial difiere de la tensión superficial de referencia se calcula como,

$$u^2(\varepsilon_{\Delta\gamma}) = [R \cdot \pi \cdot (\gamma_x - \gamma_u)]^2 \cdot u^2(D) + (R \cdot \pi \cdot D)^2 \cdot u^2(\gamma_u) \quad (9.11)$$

O mediante la estimación de límites superior e inferior del valor de este error, calcular la incertidumbre estándar,

$$u^2(\varepsilon_{\Delta\gamma}) = \frac{\varepsilon_{\Delta\gamma \max} - \varepsilon_{\Delta\gamma \min}}{\sqrt{12}} \quad (9.12)$$

9.1.5 Error debido a la posible deriva del error de indicación del hidrómetro

En general los hidrómetros son instrumentos muy estables que con un buen mantenimiento (cuidados y limpieza) su valor certificado se puede conservar bastante bien, el problema es que debido a su construcción son muy frágiles y de muy pocos de ellos se puede tener un historial de su error de indicación, y con base en este estimar un valor de deriva que podría tener el hidrómetro después de su calibración.

Cuando aplique, el error asociado a la deriva del instrumento después de su calibración se puede estimar mediante el análisis de sus calibraciones previas (una posible herramienta son las cartas de control). El usuario debería estimar un valor de deriva máximo que el hidrómetro podría presentar al momento de usar el equipo y el cual considere el tiempo transcurrido desde su última calibración. El error debido a la deriva se estima con media cero pero se asocia un valor de incertidumbre en función del valor de deriva máxima estimado, como

$$\varepsilon_{drift\ h} = 0 \pm \frac{Drift\ h}{\sqrt{12}} \quad (9.13)$$

Drift_h Deriva máxima estimada para el hidrómetro desde la fecha de calibración, kg m⁻³

9.2 Incertidumbre de la medición de densidad con el hidrómetro calibrado

La incertidumbre de la medición de densidad con el hidrómetro calibrado se obtiene del modelo de medición, sustituyendo la ecuación (9.2) en (9.1).

$$\rho_u = R - E(I) - \varepsilon_h - \varepsilon_{\Delta t} - \varepsilon_{\Delta\gamma} - \varepsilon_{du} - \varepsilon_{drift\ h} \quad (9.14)$$

La varianza del resultado de la medición de densidad del líquido (uso del hidrómetro), se calcula con la siguiente fórmula,

$$u^2(\rho_u) = u^2(R) + u^2(E(I)) + u^2(\varepsilon_h) + u^2(\varepsilon_{\Delta t}) + u^2(\varepsilon_{\Delta \gamma}) + u^2(\varepsilon_{du}) + u^2(\varepsilon_{drift\ h}) \quad (9.15)$$

La incertidumbre expandida asociada a la medición de la densidad del líquido con el hidrómetro calibrado se obtiene al multiplicar la incertidumbre estándar combinada (9.15) por un factor de cobertura k para incrementar el nivel de confianza, usualmente $k = 2$, lo que equivale a aproximadamente un 95 % de nivel de confianza.

$$U(\rho_u) = k \cdot u(\rho_u) \quad (9.16)$$

9.3 Incertidumbre global asociada a la indicación en uso de un hidrómetro calibrado

En función de la incertidumbre requerida en la medición de la densidad de líquidos con el hidrómetro calibrado, el usuario podría medir la densidad del líquido directamente de la indicación del hidrómetro calibrado y sin aplicar ninguna corrección obtener el valor de densidad del líquido bajo prueba. La incertidumbre asociada a esta medición debe ser una incertidumbre “global” que incluya dentro del valor de incertidumbre toda la información necesaria para compensar el hecho de no aplicado las correcciones pertinentes.

La incertidumbre global expandida (aprox. 95 % de nivel de confianza), se puede estimar mediante la siguiente expresión:

$$U_{gl}(\rho_u) = 2 \cdot \left[(E(R))^2 + \left(\frac{d_u}{\sqrt{12}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (9.17)$$

La incertidumbre calculada por la fórmula (9.17) resulta en un valor mayor a aquel que se obtiene aplicando las correcciones pertinentes y cuya incertidumbre asociada se obtiene por la fórmula (9.16), sin embargo para algunas aplicaciones, es suficiente.

Para un instrumento que cumple con los requisitos de la ISO 649, $E(R) \leq \frac{2}{3} emp$, por tanto, considerando este valor máximo del error como un intervalo con distribución de probabilidad es uniforme,

$$U_{gl}(\rho_u) = 2 \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot emp}{3 \cdot \sqrt{3}} \right)^2 + \left(\frac{d_u}{\sqrt{12}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (9.18)$$

10 REFERENCIAS

- [1] JCGM 200:2008 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM).
- [2] ISO 649-1:1981 Laboratory glassware – Density hydrometers for general purposes—Part 1: Specification.
- [3] Becerra Luis O., Peña Luis M., Dauded Arturo A., Incertidumbre requerida en la evaluación de la conformidad de instrumentos para la medición de densidad: hidrómetros y densímetros de tipo oscilatorio, Simposio de Metrología 2012
- [4] ISO 387:1977 Hydrometers – Principles of construction and adjustment
- [5] OIML R111-1:2004 Weights of classes E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₁₋₂, M₂, M₂₋₃ and M₃, Part 1: Metrological and technical requirements
- [6] Lorefice Salvatore and Malengo Andrea, Calibration of hydrometers; Measurement Science and technology 17 (2006) 2560-2566
- [7] OIML G 14 Edition 2011 (E), Guide Density measurement
- [8] NMX-EC-17025-IMNC-2006, Evaluación de la conformidad Requisitos generales para la competencia de los laboratorios de ensayo y de calibración.
- [9] CUCKOW – Calibration of Reference Standard Hydrometers (Journal of the Society of Chemical Industry, 68, February 1949).
- [10] JCGM 100:2008 Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurements, GUM 1995 with minor corrections.
- [11] ISO/IEC 17025:2005 General requirements for the competence of testing and calibration laboratories.
- [12] Gupta S V, “Practical Density Measurement and Hydrometry”, Institute of Physics Publishing, Series in Measurement Science and Technology, 2002.
- [13] Tanaka M., Girard G., Davis R., Peuto A., Bignell N., Recommended table for the density of water between 0 °C and 40 °C based on recent experimental reports. Metrologia, 2001, 38, 301 – 309.
- [14] Peña Luis M, Pedraza J. Carlos, Becerra Luis O., Galvan Carlos A, - A new image processing system for hydrometers calibration developed at CENAM – IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference “Cultivating Metrology Knowledge”, 27th to 30th November, 2007, Merida Mexico.
- [15] S Lorefice and A Malengo - An image processing approach to calibration of hydrometers – Metrologia 41 (2004) L7 – L10.
- [16] Notas del Taller en Calibración de Hidrómetros del SIM realizado en Querétaro, Qro. México del 21 al 23 de Noviembre del 2006.
www.cenam.mx/myd
- [17] A Picard, R S Davis, M Gläser and K Fujii – Revised formula for the density of moist air (CIPM 2007), Metrologia 45 (2008) 149- 155.
- [18] Guía SIM de Calibración de densímetros de tipo oscilatorio en preparación.
- [19] SIM Guidelines on the calibration of non-automatic weighing instruments, 2009, SIM MWG7/cg-01/v.00
- [20] Le Système international d’unités, SI, 8e édition 2006. Bureau international des poids et mesures, Organisation intergouvernementale de la Convention du Mètre
- [21] ISO 10012:2003 Measurement management systems -- Requirements for measurement processes and measuring equipment

- [22] The International Association for the Properties of Water and Steam –Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use - Fredericia, Denmark, September 1996.
- [23] ISO 3696:1987 Water for analytical use – Specification and test methods.

ANEXO A – TRAZABILIDAD

En la calibración de los hidrómetros, en la cual se tienen más de una magnitud de entrada en el modelo de medición (ver sección 6), cada valor de entrada debiera ser metrológicamente trazable.

El esfuerzo realizado para establecer la trazabilidad metrológica de cada valor de entrada debería ser en proporción a su contribución relativa al resultado de la medición.

A continuación se da un ejemplo generalizado para elaborar el esquema de trazabilidad en calibración de hidrómetros por el método de Cuckow.

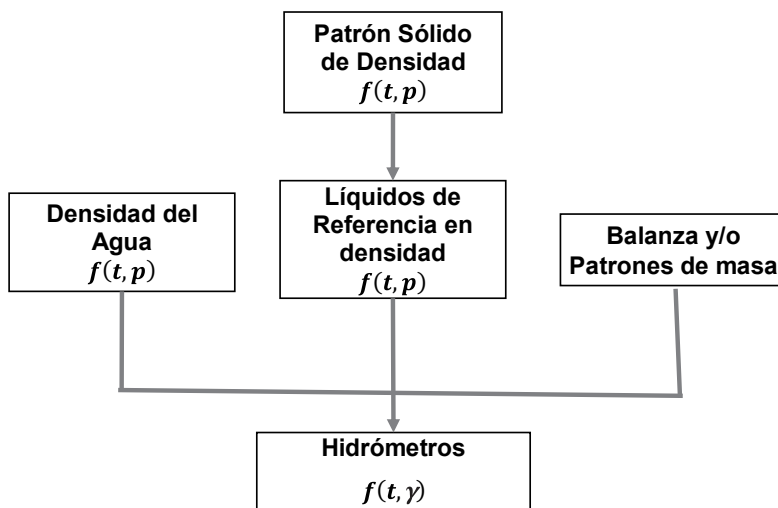


Figura A.1 Esquema de trazabilidad en la calibración de hidrómetros por el método de Cuckow. La calibración de los hidrómetros está asociada a un valor de temperatura y tensión superficial, del líquido donde normalmente será utilizado.

ANEXO B. SUGERENCIAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DENSIDAD DE AIRE Y DE AGUA

El aire y el agua son dos fluidos utilizados normalmente para ajustar los densímetros de tipo oscilatorio. La densidad de aire se puede determinar con la fórmula CIPM-2007 [17], a partir de mediciones de la temperatura, presión y humedad del lugar, la cual ofrece la mejor exactitud. Si se requieren valores menos exactos, esto es, con mayor incertidumbre, se presentan dos aproximaciones a la fórmula CIPM-2007 [19].

Para la densidad del agua, el CIPM recomienda el uso de la fórmula desarrollada por M. Tanaka et al [13]. El valor de la densidad del agua puede emplearse para el aseguramiento de la calidad de las mediciones, y este valor depende de la pureza del agua, la cual está relacionada con su resistividad/conductividad.

Nota: En el Anexo B, el símbolo T es utilizado para indicar la temperatura en kelvins, y el símbolo t , se utiliza para indicar la temperatura en grados Celsius.

B.1 Ecuación para el cálculo de la densidad de aire

La ecuación de mayor exactitud para determinar la densidad del aire con la mejor incertidumbre (en lo que a la aportación de la fórmula se refiere), es la recomendada por el CIPM [13]⁵. La incertidumbre de la densidad del aire, dependerá de las características de los instrumentos para medir las condiciones ambientales, la calibración de éstos, y la estabilidad de las condiciones ambientales.

Sin embargo para algunas calibraciones, en función de la incertidumbre requerida, es posible utilizar alguna versión simplificada, las cuales tienen incertidumbres asociadas (a la fórmulas) mayores a la fórmula del CIPM 2007 [19].

B.1.1 Versión simplificada de la ecuación CIPM-2007, versión exponencial

$$\rho_a = \frac{0.348\,48p - 0.009h_r \exp(0.061t)}{273.15 + t} \quad (\text{B.1})$$

con

ρ_a densidad de aire en kg m^{-3}
 p presión barométrica en hPa

⁵ Los intervalos de presión, temperatura y humedad recomendados para la aplicación de la ecuación CIPM-2007 son:

600 hPa $\leq p \leq$ 1100 hPa

15 °C $\leq t \leq$ 27 °C

0 $\leq h_r \leq$ 1

h_r humedad relativa de aire en %
 t temperatura de aire en °C

La ecuación ofrece resultados con $u_{\rho_{a,form}}/\rho_a \leq 2.4 \times 10^{-4}$ bajo las siguientes condiciones ambientales (incertidumbres de medición de p , h_r y t no incluidas):

$$\begin{aligned} 600 \text{ hPa} &\leq p \leq 1100 \text{ hPa} \\ 20 \% &\leq h_r \leq 80 \% \\ 15 \text{ °C} &\leq t \leq 27 \text{ °C} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

B.1.2 Versión simplificada de la ecuación CIPM-2007, versión normal

$$\rho_a = \frac{0.348\,444p - h_r(0.002\,52t - 0.020\,582)}{273.15 + t} \quad (\text{B.3})$$

con los mismos símbolos para B.1.

La ecuación ofrece resultados con $\Delta\rho_{a,form} \leq 0.001\,41 \text{ kg/m}^3$ bajo las siguientes condiciones ambientales (no están incluidas las incertidumbres de medición de p , h_r y t):

$$\begin{aligned} 600 \text{ hPa} &\leq p \leq 1100 \text{ hPa} \\ 20 \% &\leq h_r \leq 80 \% \\ 15 \text{ °C} &\leq t \leq 27 \text{ °C} \end{aligned}$$

$\Delta\rho_{a,form}$ es la diferencia entre valores obtenidos de esta ecuación y los valores correspondientes de la ecuación CIPM. Por lo tanto, la varianza relativa de la ecuación está dada por:

$$\hat{w}^2(\rho_{a,form}) = (2.2 \times 10^{-5})^2 + \frac{\left(\frac{0.00141 \text{ kg m}^{-3}}{1.2 \text{ kg m}^{-3}}\right)^2}{3} = 4.61 \times 10^{-7} \quad (\text{B.4})$$

y la incertidumbre estándar relativa de la ecuación es,

$$\hat{w}(\rho_{a,form}) = 6.79 \times 10^{-4} \quad (\text{B.5})$$

B.2 Ecuación para la densidad de agua

La ecuación de M. Tanaka et al [13] ofrece valores de la densidad del agua, ρ_w libre de aire disuelto, en función de su temperatura t y válida en el intervalo de 0 °C a 40 °C a una presión de referencia de 101 325 Pa. La incertidumbre de la fórmula de M. Tanaka tiene una incertidumbre relativa de 4.5×10^{-7} , la cual se combina con las demás contribuciones (p.ej. temperatura y la presión, entre otras).

Como no todas las muestras de agua tiene el mismo contenido isotópico, y con la intención de alcanzar la mayor exactitud en el cálculo de la densidad del agua, la ecuación de Tanaka tiene la posibilidad de calcular la densidad del agua para el contenido isotópico específico del agua disponible.

Dado que el agua es ligeramente compresible y puede contener aire disuelto, la ecuación proporciona correcciones debido a estos dos efectos.

Cuando se requiere conocer la densidad del agua pura, fuera de los intervalos de temperatura y presión que cubre la ecuación de M. Tanaka [16], se puede utilizar la fórmula conocida como IAPWS-95 [22].

Para algunas aplicaciones, en función de la incertidumbre requerida, se puede utilizar otra aproximación, cuyo calculo sea más simple pero una incertidumbre mayor.

B.2.1 Ecuación alternativa para la densidad de agua, polinomio de cuarto grado

La siguiente expresión simplificada puede utilizarse en el intervalo de 1 °C a 40 °C, y a la presión atmosférica de 101.325 kPa,

$$\rho_w(\text{kg m}^{-3}) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 \quad (\text{B.6})$$

En donde,

ρ_w es la densidad del agua a la temperatura de trabajo (kg m^{-3})

$$a_0 = 999.84 \text{ kg m}^{-3}$$

$$a_1 = 6.6054 \times 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ kg m}^{-3}$$

$$a_2 = -8.7291 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-2} \text{ kg m}^{-3}$$

$$a_3 = 7.5787 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-3} \text{ kg m}^{-3}$$

$$a_4 = -4.5058 \times 10^{-7} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-4} \text{ kg m}^{-3}$$

La fórmula B.2.1-1 ofrece resultados con $\Delta\rho_{w,form} \leq 0.005 \text{ kg/m}^3$ en el intervalo de 1 °C a 40 °C. $\Delta\rho_{w,form}$ es la diferencia entre valores obtenidos de esta ecuación y los valores correspondientes de la ecuación de M. Tanaka, por lo tanto, la varianza relativa de la ecuación está dada por:

$$\hat{w}^2(\rho_{w,form}) = (4.51 \times 10^{-7})^2 + \frac{\left(\frac{0.005 \text{ kg m}^{-3}}{998.2 \text{ kg m}^{-3}}\right)^2}{3} = 8.905 \times 10^{-12} \quad (\text{B.7})$$

y la incertidumbre estándar relativa es,

$$\hat{w}(\rho_{w,form}) = 3 \times 10^{-6} \quad (\text{B.8})$$

La incertidumbre de la densidad del agua se obtiene de la combinación de esta contribución (debida a la fórmula utilizada), con las contribuciones debidas a la temperatura y presión del agua y, si es el caso la contribución debida a la corrección por gases disueltos en el agua.

Para el intervalo de temperatura de 15 °C a 25 °C, la diferencias de densidad son $\Delta\rho_{w,form} \leq 0.0005 \text{ kg m}^{-3}$, por tanto la incertidumbre relativa asociada la fórmula en este intervalo de temperatura es,

$$\hat{w}(\rho_{w,form}) = 5.4 \times 10^{-7} \quad (\text{B.9})$$

Las correcciones debidas a la presión y a la temperatura, así como la corrección debida a los gases disueltos en el agua están descritas en el artículo de M. Tanaka [13].

ANEXO C. FACTOR DE COBERTURA k PARA LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DE LA MEDICIÓN

Nota: en este Apéndice el símbolo general y es utilizado para el resultado de la medición, no como una magnitud particular, como una indicación, un error, un valor de masa de un objeto pesado, etc.

C.1 Objetivo

El factor de cobertura k debe ser elegido para todos los casos tal que la incertidumbre expandida de medición tenga una cobertura de probabilidad de aproximadamente el 95 %.

C.2 Condiciones básicas para la aplicación de $k = 2$

Un factor $k = 2$ se aplica cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- A) se puede asignar una distribución normal a la estimación resultante y además $u(y)$ es suficientemente confiable.
- B) Se puede suponer una distribución normal cuando varios componentes de la incertidumbre (p. ej. $N \geq 3$), cada uno derivado de distribuciones de “comportamientos comunes” (normal, rectangular o semejantes), contribuyen a $u(y)$ en cantidades comparables.

Nota: esto implica que ninguna de las contribuciones con distribución diferente a la normal es un valor dominante como está definido en C.3.2.

La **suficiente confiabilidad** depende de los grados efectivos de libertad. Este criterio se cumple si ninguna contribución Tipo A de $u(y)$ está basada en menos de 10 observaciones.

C.3 Determinando k para otros casos

En cualquiera de los siguientes casos la incertidumbre expandida es:

$$U(y) = ku(y) \quad (C.1)$$

C.3.1 Distribución asumida como normal

Donde la distribución del estimado de la variable de salida y se puede suponer como una distribución normal, pero $u(y)$ no es lo suficientemente confiable – ver sección C.2 – entonces los grados efectivos de libertad ν_{eff} se tienen que determinar usando la fórmula de Welch-Satterthwaite, y el valor de $k > 2$ se obtiene de la tabla correspondiente.

$$v_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(x_i)}{v_i}} \quad (C.2)$$

En donde:

v_{eff}	son los grados efectivos de libertad asociados a $u(y)$
$u(y)$	es la incertidumbre estándar combinada asociada al mensurando Y
$u(x_i)$	es la incertidumbre estándar asociada a la magnitud de entrada i
v_i	son los grados de libertad asociados a la incertidumbre de la magnitud de entrada i

De la tabla correspondiente se toma $k_p = t_p(v_{eff})$ para calcular $U_p(y) = k_p u(y)$, para obtener el nivel de confianza deseado.

Note: La elección de $t_p(v)$ es en base a los grados efectivos de libertad y a la fracción p de la tabla de distribución t .

C.3.2 Distribución no normal

Puede ser obvio en una situación determinada que $u(y)$ contiene un componente de incertidumbre Tipo B de $u_1(y)$ que tiene una contribución con distribución no normal, p. ej. rectangular o triangular, la cual es considerablemente mayor que el resto de los componentes. En tal caso, $u(y)$ se divide en la parte (posiblemente dominante) u_1 y en $u_R = \text{raíz cuadrada de } \sum u_j^2 \text{ con } j \geq 2$, la incertidumbre estándar combinada incluye las contribuciones restantes, vea [1]. Si $u_R \leq 0.3u_1$, entonces u_1 se considera como “dominante” y la distribución de y es considerada básicamente idéntica a la de la contribución dominante.

El factor de cobertura se elige según la forma de la distribución de la componente dominante:

para la distribución trapezoidal con $\beta < 0.95$:

(β = parámetro de lado, razón de lado menor al lado mayor del trapezoide)

$$k = \{1 - \sqrt{[0.05(1 - \beta^2)]}\} / \sqrt{[(1 + \beta^2)/6]} \quad (C.3)$$

- para una distribución rectangular ($\beta = 1$): $k = 1.65$
- para una distribución triangular ($\beta = 0$): $k = 1.90$
- para una distribución tipo U: $k = 1.41$

El componente dominante puede a su vez estar compuesto de dos componentes dominantes $u_1(y)$, $u_2(y)$, p.e. dos rectángulos formando un trapezoide, el cual caso u_R será determinado del restante u_j con $j \geq 3$.

ANEXO D – EJEMPLOS

Los ejemplos presentados en este Anexo muestra algunas de las diferentes maneras de cómo se pueden aplicar correctamente las reglas contenidas en esta guía. No se pretende indicar preferencia de un procedimiento contra otro cuyo ejemplo no es presentado.

D1 Ejemplo: Calibración de hidrómetro serie L20, intervalo 1 480 kg m⁻³ a 1 500 kg m⁻³.

A continuación se presentan los datos de la calibración de un hidrómetro en el alcance de 1 480 a 1 500 kg m⁻³, de la serie L20.

D1.1 Datos del hidrómetro y pesada en el aire

Hidrómetro		
Intervalo	1 480 kg m ⁻³ - 1 500 kg m ⁻³ @ 20 °C	
Div. Escala	0.20	kg m ⁻³
Resolución	0.04	kg m ⁻³
Serie	L20	
Error máximo permitido, <i>emp</i>	0.2	kg m ⁻³
Inc. requerida, <i>k</i> = 2	0.067	kg m ⁻³
Diámetro espiga, <i>D</i>	0.004 3	m
<i>u</i> (<i>D</i>), <i>k</i> =1	0.000 2	m
Coef. exp. térmico, <i>α_{glass}</i>	9.9E-06	°C ⁻¹
<i>u</i> (<i>α_{glass}</i>), <i>k</i> =1	1.00E-07	°C ⁻¹
Gravedad local, <i>g</i>	9.780 8	m s ⁻²
<i>u</i> (<i>g</i>), <i>k</i> = 1	0.0005	m s ⁻²

Pesada en el aire		
Densidad del aire, <i>ρ_a</i>	0.961 78	kg m ⁻³
<i>u</i> (<i>ρ_a</i>), <i>k</i> =1	0.000 77	kg m ⁻³
temperatura del aire (<i>t_a</i>)	20.5	°C
<i>u</i> (<i>t_a</i>), <i>k</i> =1	0.2	°C
Diferencia de masa, <i>Δm</i>	1.10E-06	kg
Desv. Estándar, <i>s</i> (<i>Δm</i>)	2.00E-07	kg
Número de mediciones, <i>n</i>	3	
Resolución de la balanza, <i>d</i>	1.00E-07	kg
Masa del patrón en aire, <i>m_s</i>	0.287 361 1	kg
<i>u</i> (<i>m_s</i>), <i>k</i> =1	6.0E-07	kg

D1.2 Líquido de referencia

Pesada en el líquido		
Densidad, ρ_{liq}	768.490	kg m ⁻³
$u(\rho_{liq}), k=1$	0.007	kg m ⁻³
Tensión Superficial, γ_{liq}	0.027 0	N m ⁻¹
$u(\gamma_{liq}), k=1$	0.001 5	N m ⁻¹
temperatura, t_{liq}	20.00	°C
$u(t_{liq}), k=1$	0.06	°C

D1.3 Pesada en el líquido de referencia, para los tres valores nominales

	Valor Nominal 1		Valor Nominal 2		Valor Nominal 3	
Valor Nominal	1 498	kg m ⁻³	1 490	kg m ⁻³	1 482	kg m ⁻³
Tensión sup. (en uso), γ_x	0.075	N m ⁻¹	0.075	N m ⁻¹	0.075	N m ⁻¹
Diferencia de masa, Δm	-1.165E-04	kg	-1.90E-05	kg	8.19E-05	kg
Desv. Estándar, $s(\Delta m)$	5.0E-07	kg	5.0E-07	kg	5.0E-07	kg
Número de mediciones, n	3		3		3	
Resolución de la balanza, d	1.00E-07	kg	1.00E-07	kg	1.00E-07	kg
Masa del patrón (líquido), $m_{s(liq)}$	0.140 135	kg	0.139 245	kg	0.138 344	kg
$u(m_{s(liq)}), k=1$	1.9E-07	kg	2.6E-07	kg	2.5E-07	kg
Densidad del aire, ρ_a	0.948 40	kg m ⁻³	0.947 57	kg m ⁻³	0.946 62	kg m ⁻³
$u(\rho_a), k=1$	0.000 77	kg m ⁻³	0.000 77	kg m ⁻³	0.000 77	kg m ⁻³

D1.4 Valor Nominal 1: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en $1\,498\,\text{kg m}^{-3}$

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro, $I(\rho)$	$1\,498.000\,\text{kg m}^{-3}$	$0.003\,\text{kg m}^{-3}$	normal, $k=1$	$0.003\,\text{kg m}^{-3}$	1	$3.000\text{E-}03\,\text{kg m}^{-3}$
Densidad a la marca, ρ_x	$1\,498.019\,\text{kg m}^{-3}$	$0.051\,\text{kg m}^{-3}$	normal, $k=2$	$0.025\,\text{kg m}^{-3}$	1	$2.50\text{E-}02\,\text{kg m}^{-3}$
Error de Resolución del hidrómetro, ε_d	$0.000\,\text{kg m}^{-3}$	$0.040\,\text{kg m}^{-3}$	Rectangular	$0.012\,\text{kg m}^{-3}$	1	$1.20\text{E-}02\,\text{kg m}^{-3}$
					Incertidumbre estándar combinada	$0.028\,\text{kg m}^{-3}$
Error de indicación, $E(I)$	$-0.019\,\text{kg m}^{-3}$				Incertidumbre expandida, $k=2$	$0.056\,\text{kg m}^{-3}$

D1.5 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Densidad del líquido de referencia, ρ_L	768.490 kg m ⁻³	7.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	7.00E-03 kg m ⁻³	1.950 5	1.365 3E-02 kg m ⁻³
Densidad del aire, ρ_a	0.961 78 kg m ⁻³	7.70E-04 kg m ⁻³	normal, k=1	7.70E-04 kg m ⁻³	-0.950 486 25	-7.318 7E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el aire, m_a	0.287 396 75 kg	1.29E-07 kg	normal, k=1	1.29E-07 kg	-4 925.100 5 m ⁻³	-6.357 7E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el líquido, m_L	0.140 035 1 kg	2.94E-07 kg	normal, k=1	2.94E-07 kg	10 109.190 8 m ⁻³	2.975 7E-03 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del aire, $f_{t,a}$	1.000 004 95 kg	3.92E-12	normal, k=1	3.92E-12	-0.914 163 426 kg m ⁻³	-3.586 2E-12 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del líquido, $f_{t,L}$	1	3.53E-13	normal, k=1	3.53E-13	1 498.932 982 kg m ⁻³	5.288 8E-10 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido de referencia, γ_L	0.027 0 N m ⁻¹	0.001 5 N m ⁻¹	normal, k=1	1.50E-03 N m ⁻¹	14.027 747 36 kg m ⁻² N ⁻¹	2.104 2E-02 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido x, γ_x	0.075 N m ⁻¹	cte.		---	---	---
Diámetro de la espiga, D	0.004 3 m	0.000 2 m	normal, k=1	2.00E-04 m	0.160 731 031 kg m ⁻⁴	3.214 6E-05 kg m ⁻³
Aceleración de la gravedad local, g	9.780 8 m s ⁻²	0.000 5 m s ⁻²	normal, k=1	5.00E-04 m s ⁻²	-0.016 433 322 kg s ² m ⁻⁴	-8.216 7E-06 kg m ⁻³
					Inc. estándar combinada	0.025 kg m ⁻³
Densidad al nivel de la marca, ρ_x	1498.019 kg m⁻³				Incertidumbre expandida, k=2	0.051 kg m⁻³

D1.6 Valor Nominal 2: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en $1\,490\text{ kg m}^{-3}$

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro, $I(\rho)$	$1\,490.000\text{ kg m}^{-3}$	0.003 kg m^{-3}	normal, $k=1$	0.003 kg m^{-3}	1	$3.00\text{E-}03\text{ kg m}^{-3}$
Densidad a la marca, ρ_x	$1\,490.012\text{ kg m}^{-3}$	0.050 kg m^{-3}	normal, $k=2$	0.025 kg m^{-3}	1	$2.50\text{E-}02\text{ kg m}^{-3}$
Error de Resolución del hidrómetro, ε_d	0.000 kg m^{-3}	0.040 kg m^{-3}	rectangular	0.012 kg m^{-3}	1	$1.20\text{E-}02\text{ kg m}^{-3}$
					Incertidumbre estándar combinada	0.028 kg m^{-3}
Error de indicación, $E(I)$	-0.012 kg m^{-3}				Incertidumbre expandida, $k=2$	0.056 kg m^{-3}

D1.7 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Densidad del líquido de referencia, ρ_L	768.490 kg m ⁻³	7.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	7.00E-03 kg m ⁻³	1.940 1	1.358 0E-02 kg m ⁻³
Densidad del aire, ρ_a	0.961 78 kg m ⁻³	7.70E-04 kg m ⁻³	normal, k=1	7.70E-04 kg m ⁻³	-0.940 053 97	-7.238 4E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el aire, m_a	0.287 396 75 kg	1.29E-07 kg	normal, k=1	1.29E-07 kg	-4 845.093 1 m ⁻³	-6.254 4E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el líquido, m_L	0.139 242 49 kg	2.94E-07 kg	normal, k=1	2.94E-07 kg	10 001.578 32 m ⁻³	2.944 0E-03 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del aire, $f_{t,a}$	1.000 004 95	3.92E-12	normal, k=1	3.92E-12	-0.904 129 868 kg m ⁻³	-3.546 8E-12 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del líquido, $f_{t,L}$	1	3.53E-13	normal, k=1	3.53E-13	1 490.915 879 kg m ⁻³	5.260 5E-10 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido de referencia, γ_L	0.027 0 N m ⁻¹	0.001 5 N m ⁻¹	normal, k=1	1.50E-03 N m ⁻¹	13.878 092 72 kg m ⁻² N ⁻¹	2.081 7E-02 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido x, γ_x	0.075 00 N m ⁻¹	cte.	---	---	---	---
Diámetro de la espiga, D	0.004 3 m	0.000 2 m	normal, k=1	2.00E-04 m	0.161 885 811 kg m ⁻⁴	3.237 7E-05 kg m ⁻³
Aceleración de la gravedad local, g	9.780 8 m s ⁻²	0.000 5 m s ⁻²	normal, k=1	5.00E-04 m s ⁻²	-0.016 551 387 kg s ² m ⁻⁴	-8.275 7E-06 kg m ⁻³
					Inc. estándar combinando	0.025 kg m ⁻³
Densidad al nivel de la marca, ρ_x	1 490.012 kg m⁻³				Incertidumbre expandida, k=2	0.050 kg m⁻³

D1.8 Valor Nominal 3: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en $1\,482\text{ kg m}^{-3}$

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro, $I(\rho)$	$1\,482.000\text{ kg m}^{-3}$	0.003 kg m^{-3}	normal, $k=1$	0.003 kg m^{-3}	1	$3.00\text{E-}03\text{ kg m}^{-3}$
Densidad a la marca, ρ_x	$1\,482.014\text{ kg m}^{-3}$	0.050 kg m^{-3}	normal, $k=2$	0.025 kg m^{-3}	1	$2.50\text{E-}02\text{ kg m}^{-3}$
Error de Resolución del hidrómetro, ε_d	0.000 kg m^{-3}	0.040 kg m^{-3}	rectangular	0.012 kg m^{-3}	1	$1.12\text{E-}02\text{ kg m}^{-3}$
					Incertidumbre estándar combinada	0.028 kg m^{-3}
Error de indicación, $E(I)$	-0.014 kg m^{-3}				Incertidumbre expandida, $k=2$	0.056 kg m^{-3}

D1.9 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incetidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Densidad del líquido de referencia, ρ_L	768.490 0 kg m ⁻³	7.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	7.00E-03 kg m ⁻³	1.929 6	1.350 7E-02 kg m ⁻³
Densidad del aire, ρ_a	0.961 78 kg m ⁻³	7.70E-04 kg m ⁻³	normal, k=1	7.70E-04 kg m ⁻³	-0.929 634 22	-7.158 2E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el aire, m_a	0.287 396 75 kg	1.29E-07 kg	normal, k=1	1.29E-07 kg	-4 765.755 3 m ⁻³	-6.152 0E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el líquido, m_L	0.138 442 28 kg	2.94E-07 kg	normal, k=1	2.94E-07 kg	9 894.667 364 m ⁻³	2.912 6E-03 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del aire, $f_{t,a}$	1.000 004 95	3.92E-12	normal, k=1	3.92E-12	-0.894 108 361	-3.507 5E-12 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del líquido, $f_{t,L}$	1	3.53E-13	normal, k=1	3.53E-13	1 482.908 406	5.232 2E-10 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido de referencia, γ_L	0.027 00 N m ⁻¹	0.001 50 N m ⁻¹	normal, k=1	1.50E-03 N m ⁻¹	13.729 418 96 kg m ⁻² N ⁻¹	2.059 4E-02 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido x, γ_x	0.075 00 N m ⁻¹	cte.	---	---	---	---
Diámetro de la espiga, D	0.004 3 m	0.000 2 m	normal, k=1	2.00E-04 m	0.163 017 577 kg m ⁻⁴	3.260 4E-05 kg m ⁻³
Aceleración de la gravedad local, g	9.780 8 m s ⁻²	0.000 5 m s ⁻²	normal, k=1	5.00E-04 m s ⁻²	-0.016 667 101 kg s ⁻² m ⁻⁴	-8.333 6E-06 kg m ⁻³
					Inc. estándar combinada	0.025 kg m ⁻³
Densidad al nivel de la marca, ρ_x	1 482.014 kg m⁻³				Incetidumbre expandida, k=2	0.050 kg m⁻³

D1.10 Resultados de la calibración

Valor Nominal	Error de Indicación	Inc.(k=2)	Temperatura	Tensión Superficial
1 498 kg m ⁻³	-0.019 kg m ⁻³	0.056 kg m ⁻³	20 °C	0.075 N m ⁻¹
1 490 kg m ⁻³	-0.012 kg m ⁻³	0.056 kg m ⁻³	20 °C	0.075 N m ⁻¹
1 482 kg m ⁻³	-0.014 kg m ⁻³	0.056 kg m ⁻³	20 °C	0.075 N m ⁻¹

Nota: Para el cálculo de la incertidumbre expandida, se ha utilizado un factor de cobertura $k=2$, para obtener un nivel de confianza de aproximadamente el 95 %, asumiendo una distribución de probabilidad normal con base en el Teorema del Límite Central. Para obtener una mejor aproximación del intervalo de confianza deseado, se puede obtener el valor del factor de cobertura correspondiente a los grados efectivos de libertad calculados (ver Anexo C).

D2 Ejemplo: Calibración de hidrómetro serie M100, intervalo de 800 kg m^{-3} a 900 kg m^{-3} .

A continuación se presentan los datos de la calibración de un hidrómetro en el alcance de 800 kg m^{-3} a 900 kg m^{-3} , de la serie M100.

D2.1 Datos del hidrómetro y pesada en el aire

Hidrómetro		
Intervalo	$800 \text{ kg m}^{-3} - 900 \text{ kg m}^{-3} @ 20^\circ\text{C}$.	
Div. Escala	2	kg m^{-3}
Resolución, d	0.2	kg m^{-3}
Serie	M100	
Error máximo permitido, emp	2	kg m^{-3}
Inc. requerida, $k=2$	0.67	kg m^{-3}
Diámetro espiga, D	0.006	m
$u(D)$, $k=1$	0.000 2	m
Alfa vidrio, α_{glass}	9.9E-06	$^\circ\text{C}^{-1}$
$u(\alpha_{\text{glass}})$, $k=1$	1.00E-07	$^\circ\text{C}^{-1}$
Gravedad local, g	9.781	m s^{-2}
$u(g)$, $k=1$	0.001	m s^{-2}

Pesada en el aire		
Densidad del aire, ρ_a	0.945	kg m^{-3}
$u(\rho_a)$, $k=1$	0.003	kg m^{-3}
temperatura del aire (t_a)	23.0	$^\circ\text{C}$
$u(t_a)$, $k=1$	0.8	$^\circ\text{C}$
Lectura de la balanza pesando al hidrómetro, R_{hvd}	0.143 4	kg
$s(R_{hvd})$	1.00E-06	kg
Número de mediciones, n	4	
Resolución de la balanza, d	1.00E-06	kg
Error de indicación de la balanza, $E(I)$	5.00E-07	kg
$u(E(I))$, $k=1$	3.00E-06	kg

D2.2 Líquido de referencia

Pesada en el líquido		
Densidad del líquido, ρ_{liq}	768.493	kg m ⁻³
$u(\rho_{liq}), k=1$	0.007	kg m ⁻³
Tensión Superficial (líquido), γ_{liq}	0.027	N m ⁻¹
$u(\gamma_{liq}), k=1$	0.003	N m ⁻¹
Temperatura, t_{liq}	20.00	°C
$u(t_{liq}), k=1$	0.05	°C

D2.3 Pesada en el líquido de referencia

	Valor Nominal 1		Valor Nominal 2		Valor Nominal 3	
Valor Nominal	890	kg m ⁻³	850	kg m ⁻³	810	kg m ⁻³
Tensión sup. X (uso), γ_x	0.029 5	N m ⁻¹	0.027 5	N m ⁻¹	0.025 5	N m ⁻¹
Lectura de la balanza con el hid. sumergido, $R_{hyd liq}$	0.019 768	kg	0.013 938	kg	0.013 938	kg
$s(R_{hyd liq})$	2.00E-06	kg	2.00E-06	kg	2.00E-06	kg
Número de mediciones, n	3		3		3	
Resolución, d	1.00E-06	kg	1.00E-06	kg	1.00E-06	kg
$E(I)$	1.3E-07	kg	-1.0E-07	kg	-4.0E-08	kg
$u(E(I)), k=1$	4.0E-06	kg	4.0E-06	kg	4.0E-06	kg
Densidad aire, ρ_a	0.940	kg m ⁻³	0.939	kg m ⁻³	0.938	kg m ⁻³
$u(\rho_a), k=1$	0.003	kg m ⁻³	0.003	kg m ⁻³	0.003	kg m ⁻³

D2.4 Valor Nominal 1: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en $1\,498\,\text{kg m}^{-3}$

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro, $I(\rho)$	890.000 kg m^{-3}	0.050 kg m^{-3}	normal, $k=1$	0.050 kg m^{-3}	1	5.00E-02 kg m^{-3}
Densidad a la marca, ρ_x	891.198 kg m^{-3}	0.087 kg m^{-3}	normal, $k=2$	0.043 kg m^{-3}	1	4.30E-02 kg m^{-3}
Error de Resolución del hidrómetro, ε_d	0.000 kg m^{-3}	0.200 kg m^{-3}	rectangular	0.058 kg m^{-3}	1	5.80E-02 kg m^{-3}
					Incertidumbre estándar combinada	0.09 kg m^{-3}
Error de indicación, $E(I)$	-1.20 kg m^{-3}				Incertidumbre expandida, $k=2$	0.18 kg m^{-3}

D2.5 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Densidad del líquido de referencia, ρ_L	768.493 kg m ⁻³	7.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	7.00E-03 kg m ⁻³	1.159 9	8.119 1E-03 kg m ⁻³
Densidad del aire, ρ_a	0.945 0 kg m ⁻³	3.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	3.00E-03 kg m ⁻³	-0.159 836 326	-4.795 1E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el aire, m_a	0.143 417 44 kg	7.07E-07 kg	normal, k=1	7.07E-07 Kg	-984.435 5 m ⁻³	-6.960 6E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el líquido, m_L	0.019 770 45 kg	1.29E-06 kg	normal, k=1	1.29E-06 Kg	7 143.813 929 m ⁻³	9.221 8E-03 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del aire, $f_{t,a}$	1.000 029 7	6.28E-11	normal, k=1	6.28E-11	-0.151 073 394 kg m ⁻³	-9.489 9E-12 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del líquido, $f_{t,L}$	1	2.45E-13	normal, k=1	2.45E-13	891.348 921 6 kg m ⁻³	2.184 0E-10 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido de referencia, γ_L	0.027 N m ⁻¹	0.003 N m ⁻¹	normal, k=1	3.00E-03 N m ⁻¹	13.869 632 76 kg m ⁻² N ⁻¹	4.160 9E-02 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido x, γ_x	0.030 N m ⁻¹	cte.		---	---	---
Diámetro de la espiga	0.006 m	0.000 2 m	normal, k=1	2.00E-04 m	-0.021 707 658 kg m ⁻⁴	-4.341 5E-06 kg m ⁻³
Aceleración de la gravedad local, g	9.781 m s ⁻²	0.001 m s ⁻²	normal, k=1	1.00E-03 m s ⁻²	0.002 219 37 kg s ² m ⁻⁴	2.219 4E-06 kg m ⁻³
					Inc. estándar combinada	0.043 kg m ⁻³
Densidad al nivel de la marca, ρ_x	891.198 kg m⁻³				Incertidumbre expandida, k=2	0.086 kg m⁻³

D2.6 Valor Nominal 2: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 850 kg m^{-3}

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro, $I(\rho)$	850 kg m^{-3}	0.050 kg m^{-3}	normal, $k=1$	0.050 kg m^{-3}	1	5.00E-02 kg m^{-3}
Densidad a la marca, ρ_x	851.099 kg m^{-3}	0.080 kg m^{-3}	normal, $k=2$	0.040 kg m^{-3}	1	4.00E-02 kg m^{-3}
Error de Resolución del hidrómetro, ε_d	0.000 kg m^{-3}	0.200 kg m^{-3}	rectangular	0.058 kg m^{-3}	1	5.80E-02 kg m^{-3}
					Incertidumbre estándar combinada	0.09 kg m^{-3}
Error de indicación, $E(I)$	-1.10 kg m^{-3}				Incertidumbre expandida, $k=2$	0.18 kg m^{-3}

D2.7 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Densidad del líquido de referencia, ρ_L	768.493 0 kg m ⁻³	7.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	7.00E-03 kg m ⁻³	1.107 6	7.753 4E-03 kg m ⁻³
Densidad del aire, ρ_a	0.945 0 kg m ⁻³	3.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	3.00E-03 kg m ⁻³	-0.107 594 066	-3.227 8E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el aire, m_a	0.143 417 44 kg	7.07E-07 kg	normal, k=1	7.07E-07 kg	-633.220 6 m ⁻³	-4.477 3E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el líquido, m_L	0.013 939 54 kg	1.29E-06 kg	normal, k=1	1.29E-06 kg	6 517.278 045 m ⁻³	8.413 0E-03 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del aire, $f_{t,a}$	1.000 029 7	6.28E-11	normal, k=1	6.28E-11	-0.101 704 459 kg m ⁻³	-6.388 7E-12 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del líquido, $f_{t,L}$	1	2.45E-13	normal, k=1	2.45E-13	851.201 110 6 kg m ⁻³	2.085 7E-10 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido de referencia, γ_L	0.027 N m ⁻¹	0.003 N m ⁻¹	normal, k=1	3.00E-03 N m ⁻¹	12.648 688 74 kg m ⁻² N ⁻¹	3.794 6E-02 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido x, γ_x	0.028 N m ⁻¹	cte.	---	---	---	---
Diámetro de la espiga	0.006 m	0.000 2 m	normal, k=1	2.00E-04 m	-0.027 471 604 kg m ⁻⁴	-5.494 3E-06 kg m ⁻³
Aceleración de la gravedad local, g	9.781 m s ⁻²	0.001 m s ⁻²	normal, k=1	1.00E-03 m s ⁻²	0.002 808 67 kg s ² m ⁻⁴	2.808 7E-06 kg m ⁻³
					Inc. estándar combinando	0.040 kg m ⁻³
Densidad al nivel de la marca, ρ_x	851.099 kg m⁻³				Incertidumbre expandida, k=2	0.080 kg m⁻³

D2.8 Valor Nominal 3: Presupuesto de incertidumbre para el error de indicación en 810 kg m^{-3}

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro	810 kg m^{-3}	0.050 kg m^{-3}	normal, $k=1$	0.050 kg m^{-3}	1	$5.00\text{E-}02 \text{ kg m}^{-3}$
Densidad a la marca	$810.998 \text{ kg m}^{-3}$	0.072 kg m^{-3}	normal, $k=2$	0.036 kg m^{-3}	1	$3.60\text{E-}02 \text{ kg m}^{-3}$
Error de Resolución del hidrómetro	0 kg m^{-3}	0.200 kg m^{-3}	rectangular	0.058 kg m^{-3}	1	$5.80\text{E-}02 \text{ kg m}^{-3}$
					Incertidumbre estándar combinada	0.085 kg m^{-3}
Error de indicación	-1.00 kg m^{-3}				Incertidumbre expandida, $k=2$	0.17 kg m^{-3}

D2.9 Presupuesto de incertidumbre de la densidad al nivel de la marca

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Densidad del líquido de referencia	768.493 0 kg m ⁻³	7.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	7.00E-03 kg m ⁻³	1.054 1	7.387 6E-03 kg m ⁻³
Densidad del aire	0.945 0 kg m ⁻³	3.00E-03 kg m ⁻³	normal, k=1	3.00E-03 kg m ⁻³	-0.055 347 879	-1.660 4E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el aire	0.143 417 44 kg	7.07E-07 kg	normal, k=1	7.07E-07 Kg	-310.705 4 m ³	-2.196 9E-04 kg m ⁻³
Masa aparente del hidrómetro en el líquido	0.007 530 84 kg	1.29E-06 kg	normal, k=1	1.29E-06 Kg	5 919.223 346 m ⁻³	7.641 0E-03 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del aire	1.000 029 7	6.28E-11	normal, k=1	6.28E-11	-0.052 331 812	-3.287 3E-12 kg m ⁻³
Factor de corrección de temperatura del líquido	1	2.45E-13	normal, k=1	2.45E-13	811.050 281 5	1.987 3E-10 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido de referencia	0.027 N m ⁻¹	0.003 N m ⁻¹	normal, k=1	3.00E-03 N m ⁻¹	11.483 872 67 kg m ⁻² N ⁻¹	3.445 2E-02 kg m ⁻³
Tensión superficial del líquido x	0.026 N m ⁻¹	cte.	---	---	---	---
Diámetro de la espiga	0.006 m	0.000 2 m	normal, k=1	2.00E-04 m	-0.032 597 838 kg m ⁻⁴	-6.519 6E-06 kg m ⁻³
Aceleración de la gravedad local	9.781 m s ⁻²	0.001 m s ⁻²	normal, k=1	1.00E-03 m s ⁻²	0.003 332 771 kg s ² m ⁻⁴	3.332 8E-06 kg m ⁻³
					Inc. estándar combinada	0.036 kg m ⁻³
Densidad al nivel de la marca	810.998 kg m⁻³				Incertidumbre expandida, k=2	0.072 kg m⁻³

D2.10 Resultados de la calibración

Valor Nominal	Error de Indicación	Inc.(k=2)	Temperatura	Tensión Superficial
890 kg m ⁻³	-1.20 kg m ⁻³	0.18 kg m ⁻³	20 °C	0.0295 N m ⁻¹
850 kg m ⁻³	-1.10 kg m ⁻³	0.18 kg m ⁻³	20 °C	0.0275 N m ⁻¹
810 kg m ⁻³	-1.00 kg m ⁻³	0.17 kg m ⁻³	20 °C	0.0255 N m ⁻¹

D.3 Ejemplo: Medición de la densidad de un aceite

A continuación se presentan de la medición de la densidad de un aceite con el hidrómetro del ejemplo D2 calibrado, los datos del hidrómetro se encuentran en la tabla D2.1.

D3.1 Datos del líquido bajo prueba y termómetro

Identificación del Aceite	ISO 68
Tensión superficial	0.030 N m^{-1}
Inc. Tensión superficial	0.005 N m^{-1}
Densidad	880 kg m^{-3}
Termómetro	
Resolución, d	$0.1 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Error de indicación, $E(I)$	$0.0 \text{ }^{\circ}\text{C}$
$u(E(I)), k=1$	$0.2 \text{ }^{\circ}\text{C}$

D3.2 Lecturas del hidrómetro y temperatura del líquido bajo prueba

	Indicación del hidrómetro	Indicación del Termómetro
R_1	879.5 kg m^{-3}	$21.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$
R_2	879.5 kg m^{-3}	$21.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$
R_3	879.6 kg m^{-3}	$21.0 \text{ }^{\circ}\text{C}$
R_4	879.5 kg m^{-3}	$21.0 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Valor medio, R	879.5 kg m^{-3}	$21.3 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Desviación estándar	0.05 kg m^{-3}	$0.29 \text{ }^{\circ}\text{C}$

D3.2 Presupuesto de incertidumbre para la medición de un líquido con un hidrómetro calibrado

Fuente	Valor	Variabilidad	Distribución	Incertidumbre estándar	Coefficiente de sensibilidad	Contribución
Indicación del hidrómetro, R	879.525 kg m ⁻³	0.029 kg m ⁻³	normal, k=1	0.029 kg m ⁻³	-1	-2.90E-02 kg m ⁻³
Error de calibración, $E(I)$	-1.20 kg m ⁻³	0.18 kg m ⁻³	normal, k=2	0.09 kg m ⁻³	-1	-9.00E-02 kg m ⁻³
Error debido a la dif. de temp, $\varepsilon_{\Delta t}$	0.010 9 kg m ⁻³	0.001 1 kg m ⁻³	normal, k=1	1.10E-03 kg m ⁻³	-1	-1.10E-02 kg m ⁻³
Error de altura del menisco, ε_h	Despreciable para la medición de la densidad de líquidos transparentes en los cuales se puede tomar la lectura por debajo del espejo del líquido.					
Error debido a la tensión superficial, $\varepsilon_{\Delta \gamma}$	0.017 kg m ⁻³	0.083 kg m ⁻³	normal, k=1	8.30E-02 kg m ⁻³	-1	-8.30E-02 kg m ⁻³
Error debido a la resolución del hidrómetro, ε_{du}	0.00 kg m ⁻³	0.67 kg m ⁻³	uniforme	0.19 kg m ⁻³	-1	-1.93E-02 kg m ⁻³
Error debido a la deriva del hidrómetro, $\varepsilon_{drift h}$	Despreciable para instrumento recién calibrado					
					Inc. estándar combinada, k=1	0.23 kg m ⁻³
Densidad del líquido, ρ_u	879.49 kg m⁻³				Incertidumbre expandida, k=2	0.46 kg m⁻³

D3.2 Expresión del resultado de la densidad del líquido

El resultado de la medición del líquido se expresa de la siguiente manera,

Densidad del líquido, ρ_u	880.70 kg m⁻³	Incertidumbre expandida, k=2	0.46 kg m⁻³	Temperatura	21.3 °C
--	---------------------------------	---	-------------------------------	--------------------	----------------

Considerando una incertidumbre global

Densidad del líquido, ρ_u	879.5 kg m⁻³	Incertidumbre global, k=2	1.9 kg m⁻³	Temperatura	21.3 °C
--	--------------------------------	--------------------------------------	------------------------------	--------------------	----------------

Intervalo de tolerancia

Densidad del líquido, ρ_u Densidad al nivel de la marca	879.5 kg m⁻³	Tolerancia (±)	2.0 kg m⁻³	Temperatura	21.3 °C
---	--------------------------------	-----------------------	------------------------------	--------------------	----------------

De las diferentes formas de expresar el resultado de la densidad del líquido bajo prueba, los valores declarados con una incertidumbre global estimada o utilizando la tolerancia del hidrómetro asociada a su serie, resultan en valores de incertidumbre mucho mayores que si se aplican las correcciones pertinentes.

