



Guía SIM para la calibración de instrumentos para pesar de funcionamiento no automático con resolución menor a 0.010 mg

SIM MWG7/cg-04/v.00

2025

Guía SIM para la calibración de instrumentos para pesar de funcionamiento no automático con resolución menor a 0.010 mg

ÍNDICE

1	ANTECEDENTES	5
2	AUTORES	6
3	AGRADECIMIENTOS	7
4	INTRODUCCIÓN	8
5	ALCANCE	8
6	TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS	9
7	ASPECTOS GENERALES DE LA CALIBRACIÓN	10
7.1	ELEMENTOS DE LA CALIBRACIÓN	10
7.1.1	<i>Intervalo de la calibración</i>	<i>10</i>
7.1.2	<i>Lugar de calibración</i>	<i>10</i>
7.1.3	<i>Condiciones previas, preparaciones</i>	<i>11</i>
7.2	PESAS PATRÓN Y PESAS AUXILIARES	12
7.3	EQUIPOS AUXILIARES	13
8	MÉTODO DE MEDICIÓN	14
8.1	INDICACIÓN	14
8.2	DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO	15
8.2.1	<i>Rutina de operación</i>	<i>16</i>
9	RESULTADOS DE MEDIDA	17
9.1	MODELO DE MEDICIÓN	17
10	CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE LOS ESTIMADOS DE LOS ERRORES DE INDICACIÓN Y DE LAS CORRECCIONES DE MASA CONVENCIONAL DE LAS PESAS AUXILIARES	20
10.1	MATRIZ U_{rep}	20
10.2	MATRIZ U_{res}	21
10.3	MATRIZ U_{resid}	22
10.4	MATRIZ U_b	23
10.5	MATRIZ U_{mR}	24
11	TRAZABILIDAD DE LAS MEDICIONES	25
11.1	BUENAS PRÁCTICAS DE MEDICIÓN	25
12	REFERENCIAS	26
13	APÉNDICES	27
13.1	APÉNDICE A	27
13.1.1	<i>Apéndice A1: EJEMPLO</i>	<i>27</i>
13.1.1.1	Información inicial	27
13.1.1.2	Mediciones	28
13.1.1.3	Cálculo de los estimados	32
13.1.1.4	Cálculo de incertidumbre	42
13.1.2	<i>Apéndice A 2: MODELOS DE MATRICES</i>	<i>54</i>
13.2	APÉNDICE B: SUGERENCIAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DENSIDAD DEL AIRE ..	57
13.2.1	<i>Fórmulas para la densidad de aire</i>	<i>57</i>
13.2.1.1	Versión simplificada de la fórmula CIPM, versión exponencial	57
13.2.1.2	Densidad del aire promedio	57
13.2.1.3	Variaciones de los parámetros de los componentes de la densidad de aire	58
13.2.2	<i>Incetidumbre de la densidad del aire</i>	<i>60</i>

13.3	APÉNDICE C: FACTOR DE COBERTURA k PARA LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DE LA MEDICIÓN	61
13.3.1	Objetivo	61
13.3.2	Distribución normal y confiabilidad suficiente	61
13.3.3	Distribución normal, sin suficiente confiabilidad.....	61
13.3.4	Determinando k para distribuciones no normales consideradas normales	62
13.4	APÉNDICE D: TÉRMINOS	63

1 ANTECEDENTES

Esta guía se desarrolló como parte de las actividades del proyecto “*Calibration of weighing instruments – Microbalances*” dentro del proyecto macro “*Strengthening National Metrology Institutes in the Hemisphere, in support of emerging technologies*” financiado por el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) para los Institutos Nacionales de Metrología (INMs) del Sistema Interamericano de Metrología (SIM) y los Institutos Designados (IDs) para el desarrollo de capacidades de investigación técnica en metrología relacionadas con tecnologías emergentes tales como manufactura avanzada, nanotecnología y biotecnología.

Uno de los propósitos de este proyecto consistió en la validación de un método alternativo para la calibración de instrumentos para pesar de funcionamiento no automático con resolución menor a 0.010 mg (microbalanzas o ultramicrobalanzas), instrumentos que se han incorporado dentro del campo de las tecnologías emergentes en sus procesos. Este método alternativo permite ofrecer incertidumbres de calibración en el orden de los microgramos o décimas de microgramos, que son menores a las que se pueden obtener por el método de comparación directa con pesas de referencia.

Esta guía es el resultado de la validación del método alternativo y contiene los criterios armonizados para que pueda utilizarse como documento de referencia para los laboratorios de calibración y entidades de acreditación.

Los INMs participantes del proyecto son (en orden alfabético):

- Centro de Estudios de Medición y Certificación de Calidad (CESMEC) – Chile
- Centro Nacional de Metrología (CENAM) – México
- Instituto Nacional de Calidad (INACAL) – Perú
- Instituto Nacional de Metrología (INM) – Colombia**
- Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI) – Argentina
- Laboratorio Costarricense de Metrología (LCM) – Costa Rica**
- Laboratorio Tecnológico del Uruguay (LATU) – Uruguay

** Estos institutos recibieron financiamiento por otras fuentes diferentes al BID.

2 AUTORES

Las personas que participaron en la elaboración de esta guía (en orden alfabético) son:

- | | |
|-------------------------------------|------------------|
| • Daniel Alfredo González Cartagena | LATU – Uruguay |
| • Donny Nimer Taípe Araujo | INACAL – Perú |
| • Fernando Andrés García González | CESMEC – Chile |
| • Gregorio Álvarez Clara | CENAM – México |
| • Jhon Jaiver Escobar Soto | INM – Colombia |
| • Jorge Carlos Sánchez | INTI – Argentina |
| • Juan Pablo García González | CESMEC – Chile |
| • Luis Manuel Peña Pérez | CENAM – México |
| • Luis Omar Becerra Santiago | CENAM – México |
| • Luz Marina Cori Almonte | INACAL – Perú |
| • Marcela Andrea Prendas Peña | LCM – Costa Rica |
| • Rubén Antonio Quille Ramos | INTI – Argentina |
| • Sandra Magaly Ramírez Jiménez | CENAM – México |
| • Sheila Vanessa Preste Pérez | LATU – Uruguay |

Derechos de autor

Los autores dan su consentimiento para que esta guía de calibración se publique gratuitamente en el sitio web oficial del Sistema Interamericano de Metrología (SIM): <https://sim-metrologia.org/sim-calibration-guidelines/>

Esta publicación no puede copiarse para su venta posterior ni reproducirse parcialmente. El contenido de esta publicación puede ser utilizado, reproducido o distribuido libremente, siempre que se otorgue el debido crédito a la fuente original y se mantenga su integridad. Cualquier uso con fines comerciales o modificación del contenido deberá cumplir con los términos aplicables de derechos de autor y citación.

Tampoco se puede responsabilizar al SIM, a los autores ni a ninguna otra persona que haya contribuido a la creación de este documento de los daños y perjuicios causados como consecuencia de la información contenida en el mismo.

3 AGRADECIMIENTOS

Los autores de este documento agradecen al Sistema Interamericano de Metrología (SIM) y al Banco Interamericano de Desarrollo (IADB por sus siglas en inglés) por apoyar este trabajo de investigación a través del proyecto SIM-BID-ATN/OC-15264-RG “Strengthening National Metrology Institutes in the Hemisphere, in support of emerging technologies, CALIBRATION OF WEIGHING INSTRUMENTS MICROBALANCES”.

Los autores agradecen también a Fernando Kornblit del INTI – Argentina por sus contribuciones técnicas en las mediciones de masa para el desarrollo de este trabajo de investigación.

4 INTRODUCCIÓN

Los instrumentos para pesar de funcionamiento no automático son ampliamente utilizados para determinar la magnitud de una carga en términos de su masa. Mientras que, para algunas aplicaciones especificadas por legislaciones nacionales, los instrumentos son sometidos a control metrológico legal, p.ej. aprobación de modelo, inspección, verificación, etc., existe una creciente necesidad de tener la calidad metrológica certificada por calibración, p.ej. cómo es requerido por las normas ISO 9001 o ISO/IEC 17025.

5 ALCANCE

Este documento contiene una guía para la calibración estática de los instrumentos para pesar de funcionamiento no automático auto indicados con resolución menor a 0.010 mg (en adelante llamados “instrumentos”), en particular para

1. mediciones a realizar,
2. cálculo de los resultados de medida,
3. determinación de la incertidumbre de medida,

El objeto de la calibración es la indicación proporcionada por el instrumento en respuesta a una carga aplicada. Los resultados están expresados en unidades de masa. El valor de la carga indicada por el instrumento es afectado por la fuerza debida a la gravedad, la temperatura y la densidad de la carga, y la temperatura y la densidad del aire ambiental.

La incertidumbre de medida depende significativamente de las propiedades del mismo instrumento a ser calibrado, no únicamente del equipo del laboratorio de calibración; ésta puede reducirse, en cierta medida, al incrementar el número de mediciones realizadas para la calibración. Esta guía no especifica límites superiores o inferiores para la incertidumbre de medida.

Es decisión del laboratorio de calibración y del cliente el ponerse de acuerdo previo a la calibración sobre el valor de incertidumbre de medida apropiado para el uso del instrumento, así como del costo de la calibración.

El objetivo de esta Guía es presentar un método alternativo de calibración aplicable a los instrumentos con una resolución menor a 0.010 mg, adicional a las recomendaciones proporcionadas por la Guía SIM para la calibración de instrumentos para pesar de funcionamiento no automático SIM MWG7 [2], y

proporcionar recomendaciones generales para el establecimiento de los procedimientos de calibración para minimizar las incertidumbres de calibración en intervalos pequeños de medición. Los resultados de los mismos pueden ser considerados equivalentes dentro de las organizaciones miembros del SIM.

Cualquiera de estos procedimientos debe incluir un número determinado de cargas, la determinación de los errores de indicación y la incertidumbre de medida asociada a los mismos. El procedimiento de prueba deberá asemejarse tanto como sea posible a las operaciones de pesada habituales del usuario.

La intención de la información presentada en esta guía es ser utilizada por:

1. las entidades de acreditación de laboratorios de calibración,
2. laboratorios acreditados para la calibración de instrumentos para pesar de funcionamiento no automático con resolución menor a 0.010 mg,
3. laboratorios de prueba, laboratorios o fabricantes que utilicen instrumentos para pesar de funcionamiento no automático calibrados con resolución menor a 0.010 mg, utilizados para realizar mediciones relevantes para la calidad de la producción que afecte los requisitos del Sistema de Calidad (p. ej. ISO 9000 serie, ISO 10012, ISO/IEC 17025)

6 TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS

La terminología empleada en este documento está basada principalmente en los siguientes documentos:

- GUM [1] para los términos relacionados con la determinación de los resultados y la incertidumbre de la medición,
- OIML R111 [5] para los términos relacionados con las pesas patrón,
- OIML R76 [6] para los términos relacionados con el funcionamiento, la construcción y la caracterización metrológica de los instrumentos para pesar de funcionamiento no automáticos.
- VIM [7] para los términos relacionados con la calibración.

Los términos que no son explicados en este documento, se indicarán las referencias en el lugar donde aparecen por primera vez.

Los símbolos cuyo significado no se explique por sí mismo, se explicarán donde se utilicen por primera vez.

7 ASPECTOS GENERALES DE LA CALIBRACIÓN

7.1 Elementos de la calibración

La calibración consiste en

1. la aplicación de cargas de prueba al instrumento bajo condiciones especificadas,
2. la determinación del error o variación de la indicación, y
3. la estimación de la incertidumbre de medida a ser atribuida a los resultados.

Este método permite la calibración de un instrumento con incertidumbres menores a las que se pueden obtener siguiendo las recomendaciones de la Guía SIM MGW7 [2]. Sin embargo, su aplicación requiere de un mayor número de mediciones y de la implementación de una técnica matemática de mayor complejidad, lo cual hace más extenso el proceso de calibración.

7.1.1 Intervalo de la calibración

La metodología aquí propuesta es recomendada para la calibración de un intervalo específico de pesada, limitado por una carga mínima Min' y la carga mayor a ser pesada Max' , los cuales se espera sean proporcionados por el cliente.

No se recomienda la aplicación de esta metodología para el intervalo completo de pesada del instrumento, desde cero hasta la capacidad máxima Max . Los resultados de calibración no se deberían extrapolar a valores fuera del intervalo de calibración acordado.

En el apéndice A se pueden observar ejemplos de modelos matriciales y cargas sugeridas para diferentes intervalos de pesaje.

En el apéndice D se encuentran las definiciones de los términos utilizados en el presente punto.

7.1.2 Lugar de calibración

La calibración se realiza normalmente en el lugar donde se usa el instrumento.

Si un instrumento se cambia a otro lugar después de la calibración, posibles efectos debidos a:

1. diferencia en la aceleración de la gravedad local,
2. variación en las condiciones ambientales,
3. condiciones mecánicas y térmicas durante el transporte

pueden alterar muy probablemente el funcionamiento del instrumento y posiblemente invalidar la calibración.

7.1.3 Condiciones previas, preparaciones

La calibración no debería realizarse a menos que:

1. el instrumento pueda ser claramente identificado,
2. todas las funciones del instrumento están libres de los efectos de contaminación o daño y las funciones esenciales necesarias para la calibración funcionen según su propósito,
3. la presentación de los valores de pesada no es ambigua y las indicaciones, si existen, se puedan leer fácilmente,
4. las condiciones normales de uso (flujo de aire, vibraciones, estabilidad del lugar de pesada, etc.) son apropiados para el instrumento que se calibrará,
5. el instrumento se enciende un período antes de la calibración, p. e., un tiempo apropiado para que el instrumento se caliente, o el adoptado por el cliente,
6. el instrumento este nivelado,
7. el instrumento ha sido ejercitado al colocar una carga cercana a la carga máxima al menos una vez, se recomienda repetir varias pesadas.

Los instrumentos se deben ajustar antes y durante la calibración. El ajuste se debería realizar con los medios normalmente aplicados por el cliente y siguiendo las instrucciones del fabricante, cuando estén disponibles.

Tanto como sea relevante para los resultados de la calibración, se debe anotar el estado de los ajustes del programa de cómputo (software), los cuales podrían ser alterados por el cliente.

Los instrumentos equipados con la función ajuste automático a cero o un dispositivo de indicación a cero [6] se deberían calibrar con el dispositivo operando o apagado, según lo determine el cliente.

Para calibración en sitio se debería pedir al usuario del instrumento que asegure que prevalecen las condiciones normales de uso durante la calibración. De esta

manera efectos que interfieren como flujos de aire, vibraciones o la inclinación de la plataforma para medir pueden, tanto como sea posible, ser intrínsecos a los valores medidos y por lo tanto puedan ser incluidos en la incertidumbre de medida determinada.

Las mediciones deben hacerse después de un período apropiado de aclimatación, teniendo en cuenta las recomendaciones del Apéndice F de la Guía SIM MWG7/cg-01 [2]. Si el espacio disponible dentro de la cabina del instrumento lo permite, se recomienda colocar las pesas en su interior.

Antes de colocar las pesas, la superficie del plato del instrumento debe limpiarse cuidadosamente.

Las mediciones deberían programarse de tal forma que no sean interrumpidas hasta que se complete una serie de mediciones. Dependiendo del rendimiento del instrumento (tiempo de estabilización de las indicaciones) una serie de comparaciones puede tomar de 2 a 3 horas.

7.2 Pesas patrón y pesas auxiliares

Para selección de las pesas patrón para la aplicación de este método, es necesario tener en cuenta lo siguiente:

1. Se debe contar con una pesa patrón de masa igual o cercana a la capacidad máxima del instrumento de pesaje (Max).
2. Si se elige un intervalo de calibración diferente con el cliente, la pesa patrón debe tener un valor de masa igual o cercano al punto máximo del intervalo de calibración acordado (Max').
3. La trazabilidad de las pesas que se usarán como patrón se debería conseguir por calibración la cual consiste en
 - la determinación del valor convencional de masa correspondiente m_c o la corrección δm_c a su valor nominal m_N : $\delta m_c = m_c - m_N$, en conjunto con la incertidumbre expandida de la calibración U_{95} , o
 - la confirmación de que m_c está dentro de los errores máximos permitidos emp especificados
$$emp: m_N - (emp - U_{95}) < m_c < m_N + (emp - U_{95})$$

Además, los patrones deberían satisfacer los siguientes requisitos tanto como sea apropiado considerando su exactitud:

- la densidad ρ_s lo suficientemente cercana a $\rho_c = 8\,000\text{ kg m}^{-3} = 8\text{ g cm}^{-3}$.
- el acabado superficial adecuado para evitar un cambio de masa debido a la contaminación por suciedad o capas de adherencia
- las propiedades magnéticas convenientes para que la interacción con el instrumento que calibrará se minimice.

Las pesas que cumplen con las especificaciones relevantes para clase de exactitud E_1 de la recomendación internacional OIML R 111:2004 [5] deberían satisfacer todos esos requisitos.

4. Es necesario usar pesas auxiliares de valores intermedios del intervalo de calibración del instrumento. Aunque éstas no requieren calibración, se recomienda que cumplan con las características físicas de pesas clase de exactitud E_2 o mejores.
5. Se debe contar con el valor del volumen (o densidad) e incertidumbre asociada de todas las pesas empleadas en la calibración (pesas auxiliares y de referencia).

Ejemplos de selección de pesas auxiliares se pueden encontrar en el apéndice A del presente documento.

7.3 Equipos auxiliares

El laboratorio de calibración debe contar con los equipos auxiliares necesarios para la calibración del instrumento.

En función de la incertidumbre de calibración, el laboratorio debe contar con instrumentos de medición adecuados para registrar los valores de las condiciones ambientales (temperatura, presión y humedad relativa cuando ésta se requiera en función de la incertidumbre requerida en la densidad del aire); dichos instrumentos deben estar calibrados.

8 MÉTODO DE MEDICIÓN

Las pruebas normalmente se realizan para determinar

- la repetibilidad de las indicaciones,
- los errores de las indicaciones,
- el efecto en la indicación de la aplicación excéntrica de una carga¹.

El cliente y el laboratorio de calibración deberán acordar los detalles de las pruebas para una calibración individual, considerando el uso normal del instrumento. Las partes también deberán acordar las pruebas adicionales que puedan apoyar en la evaluación de desempeño del instrumento bajo las condiciones especiales de uso. Tal acuerdo debería ser consistente con lo establecido en las secciones siguientes.

8.1 Indicación

De acuerdo con el método presentado en este documento, se registran las indicaciones sin carga y las indicaciones con carga para los puntos de calibración seleccionados.

La indicación i relacionada con una carga de prueba, es la diferencia de la indicación con carga i_L y el promedio $\bar{i}_0$ de las indicaciones sin carga registradas antes i_{0_1} y después i_{0_2} de la carga de prueba:

$$i = i_L - \bar{i}_0 \quad (8.1-1)$$

Con,

$$\bar{i}_0 = \frac{i_{0_1} + i_{0_2}}{2} \quad (8.1-2)$$

La indicación del instrumento en cualquier carga de prueba, o sin carga, se lee y registra sólo si se puede considerar como estable. En caso contrario, se debería documentar un valor medio de la indicación en conjunto con información acerca de la variabilidad observada. Durante las pruebas de la calibración, se deberían registrar las indicaciones originales, no los errores o variaciones de la indicación.

¹ La implementación adecuada de este método de medición minimiza el efecto de carga excéntrica. Si se considera necesario evaluar el efecto de carga excéntrica, ver [2].

8.2 Descripción del método

Para la calibración de instrumentos para pesar de funcionamiento no automático con resolución menor a 0.010 mg es necesaria una pesa de referencia y un conjunto de pesas auxiliares de valores intermedios, tal que permitan determinar el correspondiente error de indicación en los puntos seleccionados para la prueba de error de indicación.

El método consiste en realizar una serie de 31 ciclos de pesada de la siguiente manera:

- a) Definir 10 puntos en el intervalo de calibración seleccionado incluyendo el valor nominal de la pesa patrón. En lo posible seleccionar cargas de prueba equidistantes entre sí.
- b) El primer y último ciclo de pesada corresponden a la pesa de referencia.
- c) Para cada carga de prueba seleccionada se realizan tres ciclos de pesada, excepto en la carga mínima (*Min'*) en donde se realizan dos.
- d) Cada ciclo de pesada se realiza siguiendo la secuencia $i_{0_1} \rightarrow i_L \rightarrow i_{0_2}$, empleando una combinación diferente de pesas auxiliares.
- e) Se deben combinar las pesas auxiliares de tal forma que se asegure el uso de cada pesa al menos dos veces en la serie completa de medición.
- f) Se deben registrar las condiciones ambientales (temperatura, humedad relativa y presión atmosférica) al inicio y al final de la serie, y cada vez que hay un cambio en la carga de prueba.
- g) Se debe realizar el ajuste del instrumento al inicio de la serie y cada vez que hay un cambio en la carga de prueba.

En la Tabla 1 se ejemplifica la secuencia descrita anteriormente.

Tabla 1. Secuencia de medición

Puntos de prueba	Cero	Carga	Cero
Registrar condiciones ambientales			
Realizar ajuste			
Pesa de referencia			
1° punto de prueba			
1° punto de prueba			
Registrar condiciones ambientales			
Realizar ajuste			
2° punto de prueba			
2° punto de prueba			
2° punto de prueba			
Registrar condiciones ambientales			
Realizar ajuste			
⋮			
10° punto de prueba			
10° punto de prueba			
10° punto de prueba			
Registrar condiciones ambientales			
Realizar ajuste			
Pesa de referencia			

8.2.1 Rutina de operación.

La rutina de operación para una serie completa de pesada se muestra a continuación:

Registrar las condiciones ambientales

Realizar Ajuste

Registrar pesa de referencia

1^{er} Punto de Prueba

- Registrar la primera combinación de pesas auxiliares.
- Registrar la segunda combinación de pesas auxiliares
- Registrar las condiciones ambientales

2^{do} al 10^{mo} Punto de Prueba

- Realizar Ajuste
- Registrar la primera combinación de pesas auxiliares.
- Registrar la segunda combinación de pesas auxiliares
- Registrar la tercera combinación de pesas auxiliares
- Registrar las condiciones ambientales

Realizar Ajuste

Registrar pesa de referencia

Repetir la rutina de operación 3 veces (esto es, 3 series de medición).

9 RESULTADOS DE MEDIDA

El método de medida utilizado en la calibración de los instrumentos para pesar de funcionamiento no automático con resolución menor a 0.010 mg permite determinar el error de indicación y la incertidumbre de calibración del instrumento de medición bajo prueba. La implementación de este método permite obtener incertidumbres menores a las obtenidas bajo la metodología descrita en la Guía SIM MWG7/cg-01 [2].

9.1 Modelo de medición

De la sección 5.2, al colocar cierta combinación de pesas auxiliares, la indicación del instrumento se puede expresar de manera general como:

$$i_i = m_{N_i} + \delta m_i + e_i + b_i \quad (9.1-1)$$

Donde:

i_i	es la i -ésima indicación del instrumento, para $i = 2, \dots, m - 1$
$m_{N_i} + \delta m_i$	es la masa convencional de la combinación de pesas auxiliares ² , con valor nominal m_N y corrección δm_i para $i = 2, \dots, m - 1$ utilizadas para obtener la i -ésima indicación del instrumento.
e_i	es el error de indicación del instrumento en el i -ésimo punto de prueba para $i = 2, \dots, m - 1$
b_i	es la corrección por empuje del aire de la combinación de pesas auxiliares para $i = 2, \dots, m - 1$

Particularmente, para el caso de la indicación de la pesa de referencia, la cual se mide al inicio y al final conforme al esquema presentado en la Figura 1 se tiene:

$$i_i = m_{N_R} + \delta m_R + e_i + b_i \quad (9.1-2)$$

Donde:

i_i	es la i -ésima indicación del instrumento, para $i = 1, i = m$
m_{N_R}	es el valor nominal de la pesa de referencia
δm_R	es la corrección de masa convencional de la pesa de referencia

² $m_{N_i} + \delta m_i$ representa de manera general la masa convencional de las pesas auxiliares, se trate de una o de la combinación de dos o más. En el caso que se utilice más de una pesa, se aplica $\Sigma(m_{N_i} + \delta m_i)$.

e_i es el error de indicación del instrumento, para $i = 1, i = m$
 b_i es la corrección por empuje del aire de la pesa de referencia para $i = 1, i = m$

La corrección por empuje del aire se calcula de manera general con la siguiente ecuación:

$$b_i = -m_{N_i}(\rho_a - \rho_0)(1/\rho_i - 1/\rho_c) \quad (9.1-3a)$$

Donde:

b_i es la corrección por empuje del aire para la i -ésima medición
 ρ_a es la densidad del aire durante la calibración
 ρ_0 es la densidad del aire convencional igual a 0.0012 g cm^{-3}
 ρ_i es la densidad de las pesas utilizadas en la i -ésima medición³
 ρ_c es la densidad convencional del acero inoxidable igual a 8.0 g cm^{-3}

La ecuación (9.1-3a) se puede reescribir en términos del volumen V_i de las pesas utilizadas de la siguiente manera:

$$b_i = -(\rho_a - \rho_0)(V_i - m_{N_i}/\rho_c) \quad (9.1-3b)$$

Las expresiones (9.1-1) y (9.1-2) se pueden reescribir como:

$$i_i - \sum(m_{N_i}) = \sum(\delta m_i) + e_i + b_i \quad \text{para } i = 2, \dots, m-1 \quad (9.1-1a)$$

$$i_i - m_{N_R} = \delta m_R + e_i + b_i \quad \text{para } i = 1, i = m \quad (9.1-2a)$$

Las ecuaciones (9.1-1a) y (9.1-2a) se pueden expresar en forma matricial a través de una matriz de diseño $A_{m \times n}$, cuyos elementos son ceros (0) y unos (1). Cada una de sus filas representa el esquema de medición de la Tabla 1 incluyendo las combinaciones de las pesas auxiliares utilizadas, los errores de indicación y las correcciones de las masas convencionales de las pesas auxiliares. Adicionalmente, en la primera y última fila, se agrega el valor conocido de la masa convencional de la pesa de referencia. La expresión matricial es:

$$I = AE + \delta m_R P + B \quad (9.1-4)$$

Donde:

³ La densidad de un conjunto de pesas se puede obtener mediante la ecuación B.7.9-1 de la OIML R111-1:2004 [5].

- I*** es el vector columna $m \times 1$ que contiene las mediciones menos el valor nominal del punto de prueba
- A*** es la matriz de diseño $m \times n$ cuyos elementos son ceros (0) y unos (1)
- E*** es el vector columna $n \times 1$ de las incógnitas a estimar, que son los errores de indicación de la balanza y a las correcciones de masa convencional de las pesas auxiliares
- P*** es un vector columna $m \times 1$ cuyos valores de los elementos inicial y final son iguales a uno (1) y los demás son ceros (0)
- B*** es el vector columna $m \times 1$ de las correcciones por empuje del aire

La ecuación matricial (9.1-4) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} I - \delta m_R P - B &= AE \\ Y &= AE + R \end{aligned} \quad (9.1-5)$$

Con $Y = I - \delta m_R P - B$.

La ecuación matricial (9.1-5) se puede resolver por ajuste de mínimos cuadrados ordinarios para determinar el vector de los estimados E .

El vector R es el vector columna $m \times 1$ de los residuos debido al ajuste.

La solución de mínimos cuadrados de la ecuación (9.1-5) viene dada por:

$$E = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (9.1-6)$$

Los valores de R poseen valor medio 0 y varianza U_{resid} para que la expresión (9.1-5) tenga solución aplicando el método de mínimos cuadrados y obtener la ecuación (9.1-6).

10 CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE LOS ESTIMADOS DE LOS ERRORES DE INDICACIÓN Y DE LAS CORRECCIONES DE MASA CONVENCIONAL DE LAS PESAS AUXILIARES

De la ecuación (9.1-6), la propagación de incertidumbre de E se obtiene con:

$$U_E = [(A^T A)^{-1} A^T] U_Y [A (A^T A)^{-1}] \quad (10-1)$$

U_E es la matriz de covarianza $n \times n$ que contiene, en su diagonal, las varianzas en las estimaciones de E , y fuera de la diagonal, las covarianzas correspondientes. Por lo tanto, la incertidumbre estándar asociada a los estimados de E , se obtiene al calcular la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal de U_E . Esto es:

$$u_{E_i} = \sqrt{(U_E)_{ii}} \quad \text{para } i = j \quad (10-2)$$

U_Y es la matriz de covarianza (de dimensiones $m \times m$) asociada a la contribución de incertidumbre del proceso de medida. Esta matriz se construye con las matrices de covarianza debidas a:

- la repetibilidad de las mediciones, U_{rep}
- los residuos debido al ajuste de mínimos cuadrados, U_{resid}
- la resolución del instrumento, U_{res}
- la corrección por empuje del aire, U_b
- la pesa de referencia. U_{m_R}

Simbólicamente:

$$U_Y = U_{\text{rep}} + U_{\text{res}} + U_{\text{resid}} + U_b + U_{m_R} \quad (10-3)$$

De lo anterior se deduce que todas las matrices de covarianza que conforman U_Y tienen dimensión $m \times m$.

10.1 Matriz U_{rep}

Se construye con la varianza debido a la repetibilidad $u_{\text{rep}_i}^2$ de las series de medición para cada uno de los puntos de prueba. Para $k = 1, 2, \dots, N$ número de series, la incertidumbre estándar debido a esta componente en el i -ésimo punto de prueba es:

$$u_{\text{rep}_i} = \frac{s_i}{\sqrt{N}} \quad (10.1-1)$$

Con:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (i_{ki} - \bar{i}_i)^2} \quad (10.1-2)$$

La matriz de covarianza $\mathbf{U}_{\text{rep}}$ es una matriz cuadrada $m \times m$ cuyos elementos de la diagonal son las varianzas $u_{\text{rep}_i}^2$ y los elementos fuera de la diagonal son igual a cero, es decir:

$$(\mathbf{U}_{\text{rep}})_{ij} = \begin{cases} u_{\text{rep}_i}^2 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (10.1-3)$$

En forma matricial:

$$\mathbf{U}_{\text{rep}_{m \times m}} = \begin{vmatrix} u_{\text{rep}_1}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & u_{\text{rep}_2}^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{\text{rep}_{m-1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & u_{\text{rep}_m}^2 \end{vmatrix}$$

10.2 Matriz $\mathbf{U}_{\text{res}}$

Se construye con la varianza u_{res}^2 de la resolución d del instrumento bajo calibración. Por lo tanto:

$$u_{\text{res}} = \frac{d}{2\sqrt{3}} \sqrt{2} \quad (10.2-1)$$

El término $\sqrt{2}$ se debe a que la indicación de la balanza se corrige por cero, por lo tanto, se considera la resolución del instrumento con carga y sin carga.

La matriz de covarianza $\mathbf{U}_{\text{res}}$ es igual a:

$$\mathbf{U}_{\text{res}} = u_{\text{res}}^2 \mathbf{I}_d \quad (10.2-2)$$

Donde I_d es la matriz identidad con dimensión $m \times m$.

En forma matricial:

$$U_{\text{res}m \times m} = \begin{vmatrix} u_{\text{res}}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & u_{\text{res}}^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{\text{res}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & u_{\text{res}}^2 \end{vmatrix}$$

10.3 Matriz U_{resid}

Se construye con la varianza debido a los residuos del ajuste de mínimos cuadrados ordinarios, u_{resid}^2 . Esta varianza se obtiene como el cuadrado del error de los residuos $R = Y - AE$ entre los grados de libertad del ajuste. Por lo tanto:

$$u_{\text{resid}}^2 = \frac{(Y - AE)^T (Y - AE)}{m - n} \quad (10.3-1)$$

Donde:

- m es el número de filas de la matriz de diseño A .
- n es el número de columnas de la matriz de diseño A .

La matriz de covarianza U_{resid} es igual a:

$$U_{\text{resid}} = u_{\text{resid}}^2 I_d \quad (10.3-2)$$

I_d es la matriz identidad con dimensión $m \times m$.

En forma matricial:

$$U_{\text{resid}m \times m} = \begin{vmatrix} u_{\text{resid}}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & u_{\text{resid}}^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{\text{resid}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & u_{\text{resid}}^2 \end{vmatrix}$$

10.4 Matriz U_b

Se construye con la varianza debida a la corrección por empuje del aire $u_{b_i}^2$, para cada i -ésima medición. Aplicando la GUM [1] a las ecuaciones (9.1-3a) con la densidad de las pesas y (9.1-3b) con el volumen de las pesas, se obtiene:

$$u_{b_i}^2 = m_{N_i}^2 (1/\rho_i - 1/\rho_c)^2 u_{\rho_a}^2 + m_{N_i}^2 (\rho_a - \rho_0)^2 \frac{u_{\rho_i}^2}{\rho_i^4} \quad (10.4-1a)$$

$$u_{b_i}^2 = (V_i - m_{N_i}/\rho_c)^2 u_{\rho_a}^2 + (\rho_a - \rho_0)^2 u_{V_i}^2 \quad (10.4-1b)$$

Donde:

- u_{b_i} es la incertidumbre estándar debida de la corrección por empuje del aire para la i -ésima medición,
- u_{ρ_a} es la incertidumbre estándar debido a la densidad del aire durante la calibración,
- u_{ρ_i} es la densidad de las pesas utilizadas en la i -ésima medición en la ecuación (10.4-1a)
- u_{V_i} es el volumen de las pesas utilizadas en la i -ésima medición en la ecuación (10.4-1b)

La matriz de covarianza U_b es una matriz cuadrada $m \times m$ cuyos elementos de la diagonal son las varianzas $u_{b_i}^2$ y los elementos fuera de la diagonal son igual a cero, es decir:

$$(U_b)_{ij} = \begin{cases} u_{b_i}^2 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (10.4-2)$$

Matricialmente:

$$U_{b_{m \times m}} = \begin{vmatrix} u_{b_1}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & u_{b_2}^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{b_{m-1}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & u_{b_m}^2 \end{vmatrix}$$

10.5 Matriz U_{m_R}

Se construye con la varianza debido a la corrección de masa convencional δm_R de la pesa de referencia $u_{m_R}^2$, donde:

$$u_{m_R}^2 = u_{cal}^2 + u_{inst}^2 \quad (10.5-1)$$

Con:

u_{cal} incertidumbre estándar de la calibración de la pesa de referencia,
 u_{inst} incertidumbre estándar debido a la inestabilidad de la pesa de referencia, la cual se puede obtener a partir del historial de sus calibraciones sucesivas

De acuerdo con la ecuación (9.1-5) la matriz de covarianza U_{m_R} es igual a:

$$U_{m_R} = u_{m_R}^2 \mathbf{P} \mathbf{P}^T \quad (10.5-2)$$

El producto $\mathbf{P} \mathbf{P}^T$ da como resultado una matriz $m \times m$ en donde los elementos de sus esquinas contienen a $u_{m_R}^2$, y los demás elementos son igual a cero, es decir:

$$(U_{m_R})_{1,1} = (U_{m_R})_{m,1} = (U_{m_R})_{1,m} = (U_{m_R})_{m,m} = u_{m_R}^2$$

Matricialmente esto es:

$$U_{m_R m \times m} = \begin{vmatrix} u_{m_R}^2 & 0 & \cdots & 0 & u_{m_R}^2 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ u_{m_R}^2 & 0 & \cdots & 0 & u_{m_R}^2 \end{vmatrix}$$

Después de haber calculado cada componente de U_Y , se calcula U_E con la ecuación (10-1). Finalmente, la incertidumbre estándar asociada a los estimados se obtiene con la ecuación (10-2).

11 TRAZABILIDAD DE LAS MEDICIONES

11.1 Buenas prácticas de medición

Con la intención de realizar calibraciones y mediciones de masa de manera confiable y en el intervalo de trabajo usual de los instrumentos para pesar con resolución menor a 0.010 mg, se presentan a continuación algunas recomendaciones:

- La pesa utilizada como patrón de referencia debe contar con su certificado de calibración en masa.
- Tanto la pesa de referencia como las pesas auxiliares deben contar con su valor de volumen o densidad, preferentemente con un certificado de calibración. El volumen o la densidad se puede medir empleando cualquiera de los métodos establecidos en la sección B.7 de la OIML R111:2004 [5] en función de la incertidumbre requerida.
- Los instrumentos o equipos auxiliares utilizados para la medición de las condiciones ambientales deben contar con su certificado de calibración correspondiente.
- Los certificados de calibración de todos los instrumentos, equipos y patrones utilizados en la calibración deben seguir el programa de calibración establecido por el laboratorio.
- Mantener las condiciones ambientales dentro de los valores adecuados de trabajo.
- Establecer medidas para controlar la entrada de polvo al área destinada para la calibración.
- Siempre que se lleve a cabo algún tipo de mantenimiento al instrumento y que afecte de manera significativa el resultado de las mediciones de masa que se realizan con él, éste debe ajustarse y calibrarse posteriormente.
- El personal del laboratorio o el usuario deben asegurarse de que el instrumento esté correctamente instalado previo a su uso.
- Durante la limpieza del platillo de pesaje o receptor de carga del instrumento se deben eliminar los residuos de polvo (o de cualquier otra sustancia).
- Todas las indicaciones del instrumento deben registrarse solo cuando el instrumento ha alcanzado la estabilidad. El laboratorio debe tener un criterio para determinar el tiempo de estabilización de las indicaciones y cuando estén estables, registrar las indicaciones correspondientes.
- El laboratorio debe incluir en sus procedimientos las actividades relevantes a realizar durante la calibración.
- Realizar la calibración y el almacenamiento adecuado de la pesa de ajuste (solo para la opción de ajuste externo) para que no se contaminen o se afecten sus características físicas y metrológicas.

12 REFERENCIAS

- [1] JCGM (2008). *Evolution of measurement data - Guide to the expression of Uncertainty in Measurements (GUM)*, first edition. JCGM 100:2008.
- [2] SIM MGW7 (2009). *Guía para la calibración de los instrumentos de pesar de funcionamiento no automático*. SIM MGW7/cg-01/v.00.
- [3] ISO (2009). *Quantities and units - Part 1: General*. ISO 80000-1:2009.
- [4] ISO (2009). *Quantities and units — Part 2: Mathematical signs and symbols to be used in the natural sciences and technology*. ISO 80000-2:2009.
- [5] OIML (2004). *Weights of classes E_1 , E_2 , F_1 , F_2 , M_1 , M_{1-2} , M_2 , M_{2-3} , and M_3* . OIML R111. Edition 2004 (E).
- [6] OIML (2006). *Non-automatic Weighing Instruments. Part 1: Metrological Requirements- Test*. OIML R76. Edition 2006 (E).
- [7] ISO/IEC (2012), *Traducción del VIM 3a Ed. Vocabulario Internacional de Metrología – Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM)*.
- [8] KORNBLIT, F. (2012). *Método Alternativo para la determinación de errores de Indicación y de linealidad en microbalanzas*. Simposio de Metrología 2012. Santiago de Querétaro, México.
- [9] SANTO, C. (2010). *Evaluación de procedimientos para calibración de microbalanzas con el objetivo de minimizar la componente de incertidumbre debida a la incertidumbre de calibración de las pesas patrón*. Simposio de Metrología 2010. Santiago de Querétaro, México.
- [10] PICARD, A; DAVIS, R; GLÄSER, M and FUJII, K. (2008). “Revised formula for density of moist air (CIPM 2007)”, *Metrologia*. 2008, 45, 149–155.
- [11] BICH, W. (1990). “Variances, Covariances and Restraints in Mass Metrology”, *Metrologia*. 1990, 27, n°3.
- [12] BALHORM, R; BUER, M; GLÄSER M. AND KOCHSIEK M. (1992). “Determination of Mass – Part 1: Dissemination of the unit of mass”. PTB-Bericht MA-24, 2th revised edition, Braunschweig, April 1992.

13 APÉNDICES

13.1 APÉNDICE A

13.1.1 Apéndice A1: EJEMPLO

13.1.1.1 Información inicial.

Calibración del instrumento para pesar con $Max = 5 \text{ g}$ / $d = 0.1 \text{ } \mu\text{g}$.

Intervalo de calibración: De $Min' = 500 \text{ mg}$ a $Max = 5 \text{ g}$

Se selecciona como pesa de referencia la de valor nominal igual o cercano al valor máximo del intervalo de calibración. En este caso, se utiliza una pesa de 5 g, clase de exactitud E₁ recientemente calibrada. Los datos de la pesa de referencia son:

ID	Masa Convencional m_R	$U_{m_R} (k = 2)$	Volumen V_R	$U_{V_R} (k = 2)$
m_R	5 g + 0.244 mg	0.005 mg	0.629 3 cm ³	0.001 5 cm ³

De acuerdo con 7.2, los puntos de prueba para la calibración del intervalo seleccionado son (10 puntos equidistantes del intervalo de calibración):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punto de Prueba	0.5 g	1.0 g	1.5 g	2.0 g	2.5 g	3.0 g	3.5 g	4.0 g	4.5 g	5.0 g

Las pesas auxiliares necesarias para los puntos de prueba elegidos son:

ID	Valor nominal	Volumen V_i	$U_{V_i} (k = 2)$
$m_{0.5}$	0.5 g	0.063 0 cm ³	0.000 8 cm ³
$m_{0.5*}$	0.5 g	0.063 0 cm ³	0.000 8 cm ³
m_1	1 g	0.125 7 cm ³	0.000 8 cm ³
m_{1*}	1 g	0.125 7 cm ³	0.000 9 cm ³
m_2	2 g	0.251 5 cm ³	0.000 8 cm ³
m_{2*}	2 g	0.251 3 cm ³	0.001 2 cm ³

De lo anterior y siguiendo los criterios de 7.2, el esquema de mediciones elegido para la calibración del intervalo del instrumento es el siguiente:

Tabla 2. Esquema de medición para la calibración del instrumento.

No.	Carga	Pesas / g						
	g	$m_{0.5}$	$m_{0.5}^*$	m_1	m_1^*	m_2	m_2^*	m_5
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
1	5.0	0	0	0	0	0	0	1
2	0.5	1	0	0	0	0	0	0
3	0.5	0	1	0	0	0	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
4	1.0	1	1	0	0	0	0	0
5	1.0	0	0	1	0	0	0	0
6	1.0	0	0	0	1	0	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
7	1.5	1	0	1	0	0	0	0
8	1.5	0	1	0	1	0	0	0
9	1.5	1	0	0	1	0	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
10	2.0	0	0	0	0	1	0	0
11	2.0	0	0	0	0	0	1	0
12	2.0	0	0	1	1	0	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
13	2.5	1	0	0	0	1	0	0
14	2.5	0	1	0	0	0	1	0
15	2.5	0	1	1	1	0	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
16	3.0	0	0	1	0	1	0	0
17	3.0	0	0	0	1	0	1	0
18	3.0	1	1	0	0	1	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
19	3.5	1	0	1	0	1	0	0
20	3.5	0	1	0	1	0	1	0
21	3.5	0	1	0	1	1	0	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
22	4.0	0	0	0	0	1	1	0
23	4.0	0	0	1	1	1	0	0
24	4.0	1	1	1	0	0	1	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
25	4.5	1	0	1	1	0	1	0
26	4.5	0	1	1	1	0	1	0
27	4.5	1	0	0	0	1	1	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
28	5.0	0	0	1	0	1	1	0
29	5.0	0	0	0	1	1	1	0
30	5.0	1	1	0	0	1	1	0
		Temp / °C =		h.r. / % =		Presión / hPa =		
31	5.0	0	0	0	0	0	0	1

13.1.1.2 Mediciones.

Con base en Tabla 2, se registran las indicaciones de tres series de medición:

Serie 1:

No.	Carga	Pesas / g							Indicaciones de la microbalanza / mg		
	g	$m_{0.5}$	$m_{0.5}^*$	m_1	m_1^*	m_2	m_2^*	m_5	Cero	Carga	Cero
		Temp / °C =	20.2	h.r. / % =	50.8	Presión / hPa =		752.7	Ajuste sensibilidad		
1	5.0	0	0	0	0	0	0	1	0.000 0	5 000.246 1	-0.000 2
2	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0.000 0	500.455 8	0.000 8
3	0.5	0	1	0	0	0	0	0	0.000 0	500.300 6	0.000 2
		Temp / °C =	20.0	h.r. / % =	51.5	Presión / hPa =		752.7	Ajuste sensibilidad		
4	1.0	1	1	0	0	0	0	0	0.000 0	1 000.757 1	0.000 4
5	1.0	0	0	1	0	0	0	0	0.000 0	999.766 0	0.000 0
6	1.0	0	0	0	1	0	0	0	0.000 0	999.890 9	0.000 3
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.2	Presión / hPa =		752.8	Ajuste sensibilidad		
7	1.5	1	0	1	0	0	0	0	0.000 0	1 500.222 2	0.000 6
8	1.5	0	1	0	1	0	0	0	0.000 0	1 500.191 9	0.000 6
9	1.5	1	0	0	1	0	0	0	0.000 0	1 500.346 1	-0.000 1
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.2	Presión / hPa =		752.8	Ajuste sensibilidad		
10	2.0	0	0	0	0	1	0	0	0.000 0	1 999.397 8	0.000 3
11	2.0	0	0	0	0	0	1	0	0.000 0	1 999.862 9	0.000 2
12	2.0	0	0	1	1	0	0	0	0.000 0	1 999.656 3	0.000 3
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.3	Presión / hPa =		752.8	Ajuste sensibilidad		
13	2.5	1	0	0	0	1	0	0	0.000 0	2 499.853 8	0.001 2
14	2.5	0	1	0	0	0	1	0	0.000 0	2 500.164 4	-0.000 1
15	2.5	0	1	1	1	0	0	0	0.000 0	2 499.958 5	0.000 4
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.5	Presión / hPa =		752.8	Ajuste sensibilidad		
16	3.0	0	0	1	0	1	0	0	0.000 0	2 999.162 4	0.000 6
17	3.0	0	0	0	1	0	1	0	0.000 0	2 999.753 0	0.000 7
18	3.0	1	1	0	0	1	0	0	0.000 0	3 000.152 6	0.000 2
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =		752.9	Ajuste sensibilidad		
19	3.5	1	0	1	0	1	0	0	0.000 0	3 499.620 0	0.000 1
20	3.5	0	1	0	1	0	1	0	0.000 0	3 500.054 5	0.000 7
21	3.5	0	1	0	1	1	0	0	0.000 0	3 499.588 0	0.000 0
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.2	Presión / hPa =		752.8	Ajuste sensibilidad		
22	4.0	0	0	0	0	1	1	0	0.000 0	3 999.259 4	0.000 7
23	4.0	0	0	1	1	1	0	0	0.000 0	3 999.053 3	0.000 3
24	4.0	1	1	1	0	0	1	0	0.000 0	4 000.384 3	0.000 4
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.0	Presión / hPa =		752.8	Ajuste sensibilidad		
25	4.5	1	0	1	1	0	1	0	0.000 0	4 499.975 6	0.001 1
26	4.5	0	1	1	1	0	1	0	0.000 0	4 499.819 0	0.000 3
27	4.5	1	0	0	0	1	1	0	0.000 0	4 499.714 1	0.000 4
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	51.8	Presión / hPa =		753.0	Ajuste sensibilidad		
28	5.0	0	0	1	0	1	1	0	0.000 0	4 999.026 0	0.000 5
29	5.0	0	0	0	1	1	1	0	0.000 0	4 999.148 3	-0.000 1
30	5.0	1	1	0	0	1	1	0	0.000 0	5 000.015 7	0.000 3
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	51.7	Presión / hPa =		753.0	Ajuste sensibilidad		
31	5.0	0	0	0	0	0	0	1	0.000 0	5 000.248 0	0.000 9

Serie 2:

No.	Carga	Pesas / g							Indicaciones de la microbalanza / mg		
	g	$m_{0.5}$	$m_{0.5^*}$	m_1	m_{1^*}	m_2	m_{2^*}	m_5	Cero	Carga	Cero
		Temp / °C =	19.7	h.r. / % =	52.3	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
1	5.0	0	0	0	0	0	0	1	0.000 0	5 000.247 8	0.000 7
2	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0.000 0	500.455 0	0.000 0
3	0.5	0	1	0	0	0	0	0	0.000 0	500.299 7	-0.000 4
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
4	1.0	1	1	0	0	0	0	0	0.000 0	1 000.755 7	0.000 1
5	1.0	0	0	1	0	0	0	0	0.000 0	999.766 4	-0.000 1
6	1.0	0	0	0	1	0	0	0	0.000 0	999.890 1	-0.000 1
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.5	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
7	1.5	1	0	1	0	0	0	0	0.000 0	1 500.222 4	0.000 9
8	1.5	0	1	0	1	0	0	0	0.000 0	1 500.190 6	-0.000 2
9	1.5	1	0	0	1	0	0	0	0.000 0	1 500.345 6	0.000 3
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
10	2.0	0	0	0	0	1	0	0	0.000 0	1 999.399 0	0.000 6
11	2.0	0	0	0	0	0	1	0	0.000 0	1 999.863 2	0.000 2
12	2.0	0	0	1	1	0	0	0	0.000 0	1 999.657 1	0.000 4
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.5	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
13	2.5	1	0	0	0	1	0	0	0.000 0	2 499.853 1	0.000 7
14	2.5	0	1	0	0	0	1	0	0.000 0	2 500.164 1	0.000 2
15	2.5	0	1	1	1	0	0	0	0.000 0	2 499.955 8	0.000 2
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.3	Presión / hPa =	752.3		Ajuste sensibilidad		
16	3.0	0	0	1	0	1	0	0	0.000 0	2 999.162 8	0.000 7
17	3.0	0	0	0	1	0	1	0	0.000 0	2 999.753 0	0.000 3
18	3.0	1	1	0	0	1	0	0	0.000 0	3 000.153 3	-0.000 1
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =	752.2		Ajuste sensibilidad		
19	3.5	1	0	1	0	1	0	0	0.000 0	3 499.619 3	0.000 9
20	3.5	0	1	0	1	0	1	0	0.000 0	3 500.053 7	0.000 2
21	3.5	0	1	0	1	1	0	0	0.000 0	3 499.587 4	-0.000 1
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.0	Presión / hPa =	752.2		Ajuste sensibilidad		
22	4.0	0	0	0	0	1	1	0	0.000 0	3 999.258 2	0.000 7
23	4.0	0	0	1	1	1	0	0	0.000 0	3 999.053 4	0.000 3
24	4.0	1	1	1	0	0	1	0	0.000 0	4 000.384 5	0.000 2
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	51.9	Presión / hPa =	752.1		Ajuste sensibilidad		
25	4.5	1	0	1	1	0	1	0	0.000 0	4 499.975 4	0.001 1
26	4.5	0	1	1	1	0	1	0	0.000 0	4 499.819 9	-0.000 2
27	4.5	1	0	0	0	1	1	0	0.000 0	4 499.715 1	0.000 1
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.1	Presión / hPa =	752.1		Ajuste sensibilidad		
28	5.0	0	0	1	0	1	1	0	0.000 0	4 999.026 2	0.000 7
29	5.0	0	0	0	1	1	1	0	0.000 0	4 999.148 9	0.000 1
30	5.0	1	1	0	0	1	1	0	0.000 0	5 000.014 1	0.000 0
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.0	Presión / hPa =	752.1		Ajuste sensibilidad		
31	5.0	0	0	0	0	0	0	1	0.000 0	5 000.248 8	0.000 9

Serie 3:

No.	Carga	Pesas / g							Indicaciones de la microbalanza / mg		
	g	$m_{0.5}$	$m_{0.5^*}$	m_1	m_{1^*}	m_2	m_{2^*}	m_5	Cero	Carga	Cero
		Temp / °C =	19.7	h.r. / % =	52.3	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
1	5.0	0	0	0	0	0	0	1	0.000 0	5000.247 6	0.000 5
2	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0.000 0	500.455 9	0.000 1
3	0.5	0	1	0	0	0	0	0	0.000 0	500.300 8	-0.000 2
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
4	1.0	1	1	0	0	0	0	0	0.000 0	1 000.755 9	0.000 1
5	1.0	0	0	1	0	0	0	0	0.000 0	999.766 0	0.000 2
6	1.0	0	0	0	1	0	0	0	0.000 0	999.891 5	0.000 3
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.5	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
7	1.5	1	0	1	0	0	0	0	0.000 0	1 500.222 7	0.000 7
8	1.5	0	1	0	1	0	0	0	0.000 0	1 500.192 0	0.000 3
9	1.5	1	0	0	1	0	0	0	0.000 0	1 500.347 3	0.000 2
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
10	2.0	0	0	0	0	1	0	0	0.000 0	1 999.398 3	0.000 4
11	2.0	0	0	0	0	0	1	0	0.000 0	1 999.863 2	0.000 1
12	2.0	0	0	1	1	0	0	0	0.000 0	1 999.656 4	0.000 5
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.5	Presión / hPa =	752.4		Ajuste sensibilidad		
13	2.5	1	0	0	0	1	0	0	0.000 0	2 499.853 9	0.000 0
14	2.5	0	1	0	0	0	1	0	0.000 0	2 500.164 3	0.000 5
15	2.5	0	1	1	1	0	0	0	0.000 0	2 499.957 8	0.000 6
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.3	Presión / hPa =	752.3		Ajuste sensibilidad		
16	3.0	0	0	1	0	1	0	0	0.000 0	2 999.162 3	0.000 2
17	3.0	0	0	0	1	0	1	0	0.000 0	2 999.752 8	0.000 3
18	3.0	1	1	0	0	1	0	0	0.000 0	3 000.153 4	0.000 3
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.4	Presión / hPa =	752.2		Ajuste sensibilidad		
19	3.5	1	0	1	0	1	0	0	0.000 0	3 499.619 4	0.000 7
20	3.5	0	1	0	1	0	1	0	0.000 0	3 500.053 6	0.000 8
21	3.5	0	1	0	1	1	0	0	0.000 0	3 499.585 5	-0.000 3
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	52.0	Presión / hPa =	752.2		Ajuste sensibilidad		
22	4.0	0	0	0	0	1	1	0	0.000 0	3 999.260 3	0.000 6
23	4.0	0	0	1	1	1	0	0	0.000 0	3 999.053 4	0.000 3
24	4.0	1	1	1	0	0	1	0	0.000 0	4 000.383 9	0.000 1
		Temp / °C =	19.8	h.r. / % =	51.9	Presión / hPa =	752.1		Ajuste sensibilidad		
25	4.5	1	0	1	1	0	1	0	0.000 0	4 499.975 7	0.000 6
26	4.5	0	1	1	1	0	1	0	0.000 0	4 499.819 4	0.000 3
27	4.5	1	0	0	0	1	1	0	0.000 0	4 499.715 0	0.000 7
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.1	Presión / hPa =	752.1		Ajuste sensibilidad		
28	5.0	0	0	1	0	1	1	0	0.000 0	4 999.024 8	0.000 6
29	5.0	0	0	0	1	1	1	0	0.000 0	4 999.149 1	0.000 1
30	5.0	1	1	0	0	1	1	0	0.000 0	5 000.016 1	0.000 0
		Temp / °C =	19.9	h.r. / % =	52.0	Presión / hPa =	752.1		Ajuste sensibilidad		
31	5.0	0	0	0	0	0	0	1	0.000 0	5 000.248 6	0.000 6

13.1.1.3 Cálculo de los estimados.

Para cada fila de cada serie de medición, se obtienen las indicaciones corregidas por cero con las ecuaciones (8.1-1) y (8.1-2). Posteriormente, los errores de indicación para cada fila se obtienen con la diferencia de la indicación corregida por cero menos el valor nominal de la carga de prueba, es decir, $e_i = i_i - m_{N_i}$:

No.	Carga	Indicaciones Corregidas por cero / mg			Errores de indicación / mg		
	g	Serie 1	Serie 2	Serie 3	Serie 1	Serie 2	Serie 3
1	5.0	5000.246 2	5 000.247 5	5 000.247 4	0.246 20	0.247 45	0.247 35
2	0.5	500.455 4	500.455 0	500.455 9	0.455 40	0.455 00	0.455 85
3	0.5	500.300 5	500.299 9	500.300 9	0.300 50	0.299 90	0.300 90
4	1.0	1 000.756 9	1 000.755 7	1 000.755 9	0.756 90	0.755 65	0.755 85
5	1.0	999.766 0	999.766 5	999.765 9	-0.234 00	-0.233 55	-0.234 10
6	1.0	999.890 8	999.890 2	999.891 4	-0.109 25	-0.109 85	-0.108 65
7	1.5	1 500.221 9	1 500.222 0	1 500.222 4	0.221 90	0.221 95	0.222 35
8	1.5	1 500.191 6	1 500.190 7	1 500.191 9	0.191 60	0.190 70	0.191 85
9	1.5	1 500.346 2	1 500.345 5	1 500.347 2	0.346 15	0.345 45	0.347 20
10	2.0	1 999.397 7	1 999.398 7	1 999.398 1	-0.602 35	-0.601 30	-0.601 90
11	2.0	1 999.862 8	1 999.863 1	1 999.863 2	-0.137 20	-0.136 90	-0.136 85
12	2.0	1 999.656 2	1 999.656 9	1 999.656 2	-0.343 85	-0.343 10	-0.343 85
13	2.5	2 499.853 2	2 499.852 8	2 499.853 9	-0.146 80	-0.147 25	-0.146 10
14	2.5	2 500.164 5	2 500.164 0	2 500.164 1	0.164 45	0.164 00	0.164 05
15	2.5	2 499.958 3	2 499.955 7	2 499.957 5	-0.041 70	-0.044 30	-0.042 50
16	3.0	2 999.162 1	2 999.162 5	2 999.162 2	-0.837 90	-0.837 55	-0.837 80
17	3.0	2 999.752 7	2 999.752 9	2 999.752 7	-0.247 35	-0.247 15	-0.247 35
18	3.0	3 000.152 5	3 000.153 4	3 000.153 3	0.152 50	0.153 35	0.153 25
19	3.5	3 499.620 0	3 499.618 9	3 499.619 1	-0.380 05	-0.381 15	-0.380 95
20	3.5	3 500.054 2	3 500.053 6	3 500.053 2	0.054 15	0.053 60	0.053 20
21	3.5	3 499.588 0	3 499.587 5	3 499.585 7	-0.412 00	-0.412 55	-0.414 35
22	4.0	3 999.259 1	3 999.257 9	3 999.260 0	-0.740 95	-0.742 15	-0.740 00
23	4.0	3 999.053 2	3 999.053 3	3 999.053 3	-0.946 85	-0.946 75	-0.946 75
24	4.0	4 000.384 1	4 000.384 4	4 000.383 9	0.384 10	0.384 40	0.383 85
25	4.5	4 499.975 1	4 499.974 9	4 499.975 4	-0.024 95	-0.025 15	-0.024 60
26	4.5	4 499.818 9	4 499.820 0	4 499.819 3	-0.181 15	-0.180 00	-0.180 75
27	4.5	4 499.713 9	4 499.715 1	4 499.714 7	-0.286 10	-0.284 95	-0.285 35
28	5.0	4 999.025 8	4 999.025 9	4 999.024 5	-0.974 25	-0.974 15	-0.975 50
29	5.0	4 999.148 4	4 999.148 9	4 999.149 1	-0.851 65	-0.851 15	-0.850 95
30	5.0	5 000.015 6	5 000.014 1	5 000.016 1	0.015 55	0.014 10	0.016 10
31	5.0	5 000.247 6	5 000.248 4	5 000.248 3	0.247 55	0.248 35	0.248 30

Se calculan los promedios y desviaciones estándar de los errores de indicación de las tres series como sigue:

No.	Carga	Errores	Promedio	Desviación Estándar
	g		mg	mg
1	5.0	e_5	0.247 00	0.000 69
2	0.5	$e_{0.5}$	0.455 42	0.000 43
3	0.5	$e_{0.5}$	0.300 43	0.000 50
4	1.0	$e_{1.0}$	0.756 13	0.000 67
5	1.0	$e_{1.0}$	-0.233 88	0.000 29
6	1.0	$e_{1.0}$	-0.109 25	0.000 60
7	1.5	$e_{1.5}$	0.222 07	0.000 25
8	1.5	$e_{1.5}$	0.191 38	0.000 60
9	1.5	$e_{1.5}$	0.346 27	0.000 88
10	2.0	$e_{2.0}$	-0.601 85	0.000 53
11	2.0	$e_{2.0}$	-0.136 98	0.000 19
12	2.0	$e_{2.0}$	-0.343 60	0.000 43
13	2.5	$e_{2.5}$	-0.146 72	0.000 58
14	2.5	$e_{2.5}$	0.164 17	0.000 25
15	2.5	$e_{2.5}$	-0.042 83	0.001 33
16	3.0	$e_{3.0}$	-0.837 75	0.000 18
17	3.0	$e_{3.0}$	-0.247 28	0.000 12
18	3.0	$e_{3.0}$	0.153 03	0.000 46
19	3.5	$e_{3.5}$	-0.380 72	0.000 59
20	3.5	$e_{3.5}$	0.053 65	0.000 48
21	3.5	$e_{3.5}$	-0.412 97	0.001 23
22	4.0	$e_{4.0}$	-0.741 03	0.001 08
23	4.0	$e_{4.0}$	-0.946 78	0.000 06
24	4.0	$e_{4.0}$	0.384 12	0.000 28
25	4.5	$e_{4.5}$	-0.024 90	0.000 28
26	4.5	$e_{4.5}$	-0.180 63	0.000 58
27	4.5	$e_{4.5}$	-0.285 47	0.000 58
28	5.0	$e_{5.0}$	-0.974 63	0.000 75
29	5.0	$e_{5.0}$	-0.851 25	0.000 36
30	5.0	$e_{5.0}$	0.015 25	0.001 03
31	5.0	$e_{5.0}$	0.248 07	0.000 45

De acuerdo con el modelo matemático matricial de (9.1-5), la matriz *A* se construye a partir del esquema de medición y de la combinación de las pesas utilizadas:

No.	Puntos de prueba	Errores de indicación / mg										Corrección de masa convencional de las pesas auxiliares / mg					
		$e_{0.5}$	$e_{1.0}$	$e_{1.5}$	$e_{2.0}$	$e_{2.5}$	$e_{3.0}$	$e_{3.5}$	$e_{4.0}$	$e_{4.5}$	$e_{5.0}$	$m_{0.5}$	$m_{0.5}^*$	m_1	m_1^*	m_2	m_2^*
1	5.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0.5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4	1.0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	1.0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
6	1.0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
7	1.5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
8	1.5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
9	1.5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
10	2.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
11	2.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	2.0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
13	2.5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
14	2.5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
15	2.5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
16	3.0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
17	3.0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
18	3.0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
19	3.5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
20	3.5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
21	3.5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
22	4.0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
23	4.0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
24	4.0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
25	4.5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1
26	4.5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
27	4.5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
28	5.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
29	5.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
30	5.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
31	5.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Por lo tanto, la matriz $A_{31 \times 16}$ es igual a:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Para construir el vector $Y = I - \delta m_R P - B$, se tiene que:

$\mathbf{I}_{31 \times 1} =$	0.247 000	1
	0.455 417	0
	0.300 433	0
	0.756 133	0
	-0.233 883	0
	-0.109 250	0
	0.222 067	0
	0.191 383	0
	0.346 267	0
	-0.601 850	0
	-0.136 983	0
	-0.343 600	0
	-0.146 717	0
	0.164 167	0
	-0.042 833	0
	-0.837 750	0
	-0.247 283	0
	0.153 033	0
	-0.380 717	0
	0.053 650	0
	-0.412 967	0
	-0.741 033	0
	-0.946 783	0
	0.384 117	0
	-0.024 900	0
	-0.180 633	0
	-0.285 467	0
	-0.974 633	0
	-0.851 250	0
	0.015 250	0
	0.248 067	1

Para la corrección por empuje del aire, se requiere el cálculo de la densidad del aire con su incertidumbre y los volúmenes de la pesa de referencia y de las pesas auxiliares con sus incertidumbres.

La densidad del aire global durante la calibración ρ_a , se calcula promediando todos los valores de temperatura t , humedad relativa hr , y presión barométrica p , de las tres series de medición. Estos datos se emplean como magnitudes de entrada para calcular ρ_a (la magnitud de salida) con la ecuación CIPM-2007 [9].

Las incertidumbres estándar de las tres magnitudes de entrada u_t , u_{hr} y u_p , se obtienen considerando la variabilidad de las mediciones, la incertidumbre de la resolución y la incertidumbre de la calibración de los instrumentos de medición. Estas incertidumbres contribuyen al cálculo de la incertidumbre estándar de la densidad del aire u_{ρ_a} .

Con base en lo anterior y considerando la información de los instrumentos de medición de condiciones ambientales, se obtienen los mejores estimados de t , hr , p y ρ_a con sus respectivas incertidumbres estándar u_t , u_{hr} , u_p y u_{ρ_a} :

Datos de los Instrumentos de Medición de Condiciones Ambientales			
Instrumento	Corrección	Inc., $k = 2$	Resolución
Termómetro para t	0.00 °C	0.20 °C	0.1 °C
Higrómetro para hr	0.0 %	0.2 %	0.1 %
Barómetro para p	0.0 hPa	0.2 hPa	0.1 hPa

Valores de t , hr , p y ρ_a con sus respectivas incertidumbres estándar			
Magnitud de entrada	Mejor estimado	Incertidumbre, $k = 1$	
t	19.848 5 °C	u_t	0.165 9 °C
hr	52.157 6 %	u_{hr}	0.251 2 %
p	752.457 6 hPa	u_p	0.174 9 hPa

Magnitud de salida	Mejor estimado	Incertidumbre, $k = 1$	
ρ_a	0.000 889 49 g cm ⁻³	u_{ρ_a}	0.000 000 60 g cm ⁻³

Con la ecuación (9.1-3b), se calculan las correcciones por empuje del aire correspondientes a las filas del esquema de medición en la toma de indicaciones.

$$b_i = -(\rho_a - \rho_0)(V_i - m_N/\rho_c)$$

Es decir, se calcula la corrección por empuje del aire para cada una de las combinaciones de las pesas auxiliares y a la pesa de referencia utilizadas en cada medición.

A continuación, se resumen los valores utilizados para calcular cada corrección por empuje del aire b_i :

Volúmenes de las pesas auxiliares y de la pesa de referencia								Densidades	
Valor nominal:	0.5 g	0.5 g	1 g	1 g	2 g	2 g	5 g	ρ_a en g cm ⁻³	0.000 889 49
Volumen en cm ³ :	$V_{0.5}$	$V_{0.5*}$	V_1	V_{1*}	V_2	V_{2*}	V_R	ρ_0 en g cm ⁻³	0.001 2
	0.063 0	0.063 0	0.125 7	0.125 7	0.251 5	0.251 3	0.629 3	ρ_c en g cm ⁻³	8.0
u , Volumen en cm ³ ($k = 1$)	$u_{V_{0.5}}$	$u_{V_{0.5*}}$	u_{V_1}	$u_{V_{1*}}$	u_{V_2}	$u_{V_{2*}}$	u_{V_R}	Corrección por empuje del aire	
	0.000 4	0.000 4	0.000 4	0.000 45	0.000 4	0.000 6	0.000 75	$b_i = -(\rho_a - \rho_0) \left(V_i - \frac{m_N}{\rho_c} \right)$	

Con esta información y siguiendo el esquema de mediciones, se obtiene **B** de la siguiente manera:

ID m_N / g	$m_{0.5}$	$m_{0.5^*}$	m_1	m_{1^*}	m_2	m_{2^*}	m_R	b_i en g	b_i en mg
5.0	0	0	0	0	0	0	1	$1.335\,2 \times 10^{-6}$	$1.335\,2 \times 10^{-3}$
0.5	1	0	0	0	0	0	0	$1.552\,6 \times 10^{-7}$	$1.552\,6 \times 10^{-4}$
0.5	0	1	0	0	0	0	0	$1.552\,6 \times 10^{-7}$	$1.552\,6 \times 10^{-4}$
1.0	1	1	0	0	0	0	0	$3.105\,1 \times 10^{-7}$	$3.105\,1 \times 10^{-4}$
1.0	0	0	1	0	0	0	0	$2.173\,6 \times 10^{-7}$	$2.173\,6 \times 10^{-4}$
1.0	0	0	0	1	0	0	0	$2.173\,6 \times 10^{-7}$	$2.173\,6 \times 10^{-4}$
1.5	1	0	1	0	0	0	0	$3.726\,2 \times 10^{-7}$	$3.726\,2 \times 10^{-4}$
1.5	0	1	0	1	0	0	0	$3.726\,2 \times 10^{-7}$	$3.726\,2 \times 10^{-4}$
1.5	1	0	0	1	0	0	0	$3.726\,2 \times 10^{-7}$	$3.726\,2 \times 10^{-4}$
2.0	0	0	0	0	1	0	0	$4.657\,7 \times 10^{-7}$	$4.657\,7 \times 10^{-4}$
2.0	0	0	0	0	0	1	0	$4.036\,7 \times 10^{-7}$	$4.036\,7 \times 10^{-4}$
2.0	0	0	1	1	0	0	0	$4.347\,2 \times 10^{-7}$	$4.347\,2 \times 10^{-4}$
2.5	1	0	0	0	1	0	0	$6.210\,3 \times 10^{-7}$	$6.210\,3 \times 10^{-4}$
2.5	0	1	0	0	0	1	0	$5.589\,2 \times 10^{-7}$	$5.589\,2 \times 10^{-4}$
2.5	0	1	1	1	0	0	0	$5.899\,7 \times 10^{-7}$	$5.899\,7 \times 10^{-4}$
3.0	0	0	1	0	1	0	0	$6.831\,3 \times 10^{-7}$	$6.831\,3 \times 10^{-4}$
3.0	0	0	0	1	0	1	0	$6.210\,3 \times 10^{-7}$	$6.210\,3 \times 10^{-4}$
3.0	1	1	0	0	1	0	0	$7.762\,8 \times 10^{-7}$	$7.762\,8 \times 10^{-4}$
3.5	1	0	1	0	1	0	0	$8.383\,8 \times 10^{-7}$	$8.383\,9 \times 10^{-4}$
3.5	0	1	0	1	0	1	0	$7.762\,8 \times 10^{-7}$	$7.762\,8 \times 10^{-4}$
3.5	0	1	0	1	1	0	0	$8.383\,8 \times 10^{-7}$	$8.383\,8 \times 10^{-4}$
4.0	0	0	0	0	1	1	0	$8.694\,4 \times 10^{-7}$	$8.694\,4 \times 10^{-4}$
4.0	0	0	1	1	1	0	0	$9.004\,9 \times 10^{-7}$	$9.004\,9 \times 10^{-4}$
4.0	1	1	1	0	0	1	0	$9.315\,4 \times 10^{-7}$	$9.315\,4 \times 10^{-4}$
4.5	1	0	1	1	0	1	0	$9.936\,4 \times 10^{-7}$	$9.936\,4 \times 10^{-4}$
4.5	0	1	1	1	0	1	0	$9.936\,4 \times 10^{-7}$	$9.936\,4 \times 10^{-4}$
4.5	1	0	0	0	1	1	0	$1.024\,7 \times 10^{-6}$	$1.024\,7 \times 10^{-3}$
5.0	0	0	1	0	1	1	0	$1.086\,8 \times 10^{-6}$	$1.086\,8 \times 10^{-3}$
5.0	0	0	0	1	1	1	0	$1.086\,8 \times 10^{-6}$	$1.086\,8 \times 10^{-3}$
5.0	1	1	0	0	1	1	0	$1.179\,9 \times 10^{-6}$	$1.179\,9 \times 10^{-3}$
5.0	0	0	0	0	0	0	1	$1.335\,2 \times 10^{-6}$	$1.335\,2 \times 10^{-3}$

Por lo tanto, el vector B en miligramos es:

$$B_{31 \times 1} = \begin{pmatrix} 1.335\,2 \times 10^{-3} \\ 1.552\,6 \times 10^{-4} \\ 1.552\,6 \times 10^{-4} \\ 3.105\,1 \times 10^{-4} \\ 2.173\,6 \times 10^{-4} \\ 2.173\,6 \times 10^{-4} \\ 3.726\,2 \times 10^{-4} \\ 3.726\,2 \times 10^{-4} \\ 3.726\,2 \times 10^{-4} \\ 4.657\,7 \times 10^{-4} \\ 4.036\,7 \times 10^{-4} \\ 4.347\,2 \times 10^{-4} \\ 6.210\,3 \times 10^{-4} \\ 5.589\,2 \times 10^{-4} \\ 5.899\,7 \times 10^{-4} \\ 6.831\,3 \times 10^{-4} \\ 6.210\,3 \times 10^{-4} \\ 7.762\,8 \times 10^{-4} \\ 8.383\,9 \times 10^{-4} \\ 7.762\,8 \times 10^{-4} \\ 8.383\,8 \times 10^{-4} \\ 8.694\,4 \times 10^{-4} \\ 9.004\,9 \times 10^{-4} \\ 9.315\,4 \times 10^{-4} \\ 9.936\,4 \times 10^{-4} \\ 9.936\,4 \times 10^{-4} \\ 1.024\,7 \times 10^{-3} \\ 1.086\,8 \times 10^{-3} \\ 1.086\,8 \times 10^{-3} \\ 1.179\,9 \times 10^{-3} \\ 1.335\,2 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

De esta manera, el vector Y es:

I mg	$-\delta m_R$ mg	P	$-$	B mg	$=$	Y mg
0.247 000		1		$1.335\ 2 \times 10^{-3}$		0.001 665
0.455 417		0		$1.552\ 6 \times 10^{-4}$		0.455 261
0.300 433		0		$1.552\ 6 \times 10^{-4}$		0.300 278
0.756 133		0		$3.105\ 1 \times 10^{-4}$		0.755 823
-0.233 883		0		$2.173\ 6 \times 10^{-4}$		-0.234 101
-0.109 250		0		$2.173\ 6 \times 10^{-4}$		-0.109 467
0.222 067		0		$3.726\ 2 \times 10^{-4}$		0.221 694
0.191 383		0		$3.726\ 2 \times 10^{-4}$		0.191 011
0.346 267		0		$3.726\ 2 \times 10^{-4}$		0.345 894
-0.601 850		0		$4.657\ 7 \times 10^{-4}$		-0.602 316
-0.136 983		0		$4.036\ 7 \times 10^{-4}$		-0.137 387
-0.343 600		0		$4.347\ 2 \times 10^{-4}$		-0.344 035
-0.146 717		0		$6.210\ 3 \times 10^{-4}$		-0.147 338
0.164 167		0		$5.589\ 2 \times 10^{-4}$		0.163 608
-0.042 833		0		$5.899\ 7 \times 10^{-4}$		-0.043 423
-0.837 750	-(0.244)	0	-	$6.831\ 3 \times 10^{-4}$	=	-0.838 433
-0.247 283		0		$6.210\ 3 \times 10^{-4}$		-0.247 904
0.153 033		0		$7.762\ 8 \times 10^{-4}$		0.152 257
-0.380 717		0		$8.383\ 8 \times 10^{-4}$		-0.381 555
0.053 650		0		$7.762\ 8 \times 10^{-4}$		0.052 874
-0.412 967		0		$8.383\ 8 \times 10^{-4}$		-0.413 805
-0.741 033		0		$8.694\ 4 \times 10^{-4}$		-0.741 903
-0.946 783		0		$9.004\ 9 \times 10^{-4}$		-0.947 684
0.384 117		0		$9.315\ 4 \times 10^{-4}$		0.383 185
-0.024 900		0		$9.936\ 4 \times 10^{-4}$		-0.025 894
-0.180 633		0		$9.936\ 4 \times 10^{-4}$		-0.181 627
-0.285 467		0		$1.024\ 7 \times 10^{-3}$		-0.286 491
-0.974 633		0		$1.086\ 8 \times 10^{-3}$		-0.975 720
-0.851 250		0		$1.086\ 8 \times 10^{-3}$		-0.852 337
0.015 250		0		$1.179\ 9 \times 10^{-3}$		0.014 070
0.248 067		1		$1.335\ 2 \times 10^{-3}$		0.002 731

Por lo tanto, el vector de los estimados E se calcula con la ecuación (9.1-6):

$$(A_{16 \times 31}^T A_{31 \times 16})^{-1}_{16 \times 16} A_{16 \times 31}^T Y_{31 \times 1} = E_{16 \times 1}$$

		E en mg	E en µg
$E =$	$e_{0.5}$	0.000 148	0.148 2
	$e_{1.0}$	0.000 752	0.752 3
	$e_{1.5}$	0.001 306	1.305 6
	$e_{2.0}$	0.001 678	1.678 0
	$e_{2.5}$	0.002 124	2.124 1
	$e_{3.0}$	0.001 373	1.373 2
	$e_{3.5}$	0.002 089	2.089 0
	$e_{4.0}$	0.001 781	1.780 7
	$e_{4.5}$	0.002 410	2.410 4
	$e_{5.0}$	0.002 198	2.198 1
	$m_{0.5}$	0.455 240	455.240 3
	$m_{0.5^*}$	0.300 003	300.002 8
	m_1	-0.234 689	-234.688 9
	m_{1^*}	-0.110 556	-110.556 3
	m_2	-0.604 672	-604.671 5
	m_{2^*}	-0.138 855	-138.854 9

Los primeros 10 elementos del vector E corresponden a los errores de indicación de los puntos de prueba de la microbalanza, y los últimos seis elementos son las correcciones de masa convencional de las pesas auxiliares.

13.1.1.4 Cálculo de incertidumbre

13.1.1.4.1 Componente debida a los residuos del ajuste de mínimos cuadrados, u_{resid}^2

Para obtener el valor de u_{resid}^2 es necesario calcular el vector de residuales R con la ecuación (9.1-5). De (10.3-1) se obtiene u_{resid}^2 como sigue:

Y mg	—	AE mg	=	R mg
0.001 665		0.002 198		-0.000 533
0.455 261		0.455 388		-0.000 127
0.300 278		0.300 151		0.000 127
0.755 823		0.755 995		-0.000 173
-0.234 101		-0.233 937		-0.000 164
-0.109 467		-0.109 804		0.000 337
0.221 694		0.221 857		-0.000 163
0.191 011		0.190 752		0.000 259
0.345 894		0.345 990		-0.000 096
-0.602 316		-0.602 994		0.000 678
-0.137 387		-0.137 177		-0.000 210
-0.344 035		-0.343 567		-0.000 468
-0.147 338		-0.147 307		-0.000 031
0.163 608		0.163 272		0.000 336
-0.043 423		-0.043 118		-0.000 305
-0.838 433	—	-0.837 987	=	-0.000 446
-0.247 904		-0.248 038		0.000 134
0.152 257		0.151 945		0.000 312
-0.381 555		-0.382 031		0.000 476
0.052 874		0.052 681		0.000 193
-0.413 805		-0.413 136		-0.000 669
-0.741 903		-0.741 746		-0.000 157
-0.947 684		-0.948 136		0.000 452
0.383 185		0.383 480		-0.000 295
-0.025 894		-0.026 449		0.000 556
-0.181 627		-0.181 687		0.000 060
-0.286 491		-0.285 876		-0.000 616
-0.975 720		-0.976 017		0.000 297
-0.852 337		-0.851 885		-0.000 452
0.014 070		0.013 915		0.000 155
0.002 731		0.002 198		0.000 533

$$u_{\text{resid}}^2 = \frac{(Y - AE)^T(Y - AE)}{m - n}$$

$$u_{\text{resid}}^2 = \frac{4.152\,7 \times 10^{-6} \text{ mg}^2}{31 - 16}$$

$$u_{\text{resid}}^2 = 2.768\,5 \times 10^{-7} \text{ mg}^2$$

$$u_{\text{resid}} = \sqrt{2.7685 \times 10^{-7} \text{ mg}^2}$$

$$u_{\text{resid}} = 5.261\,6 \times 10^{-4} \text{ mg}$$

$$u_{\text{resid}} = 0.526\,16 \text{ } \mu\text{g}$$

13.1.1.4.2 Componente debida a la repetibilidad de las mediciones, $u_{rep_i}^2$

La incertidumbre estándar debido a la repetibilidad de las tres series de medición u_{rep_i} , se calcula de acuerdo con 10.1 de la siguiente manera:

i	Carga	Desviación Estándar, s_i	$u_{rep_i} = \frac{s_i}{\sqrt{N}} = \frac{s_i}{\sqrt{3}}$	u_{rep_i}	$u_{rep_i}^2$	$u_{rep_i}^2$
	g	mg	mg	μg	mg ²	μg ²
1	5.0	0.000 69	0.000 401	0.401 0	$1.608\ 3 \times 10^{-7}$	0.160 8
2	0.5	0.000 43	0.000 246	0.245 5	$6.027\ 8 \times 10^{-8}$	0.060 3
3	0.5	0.000 50	0.000 291	0.290 6	$8.444\ 4 \times 10^{-8}$	0.084 4
4	1.0	0.000 67	0.000 388	0.387 7	$1.502\ 8 \times 10^{-7}$	0.150 3
5	1.0	0.000 29	0.000 169	0.169 1	$2.861\ 1 \times 10^{-8}$	0.028 6
6	1.0	0.000 60	0.000 346	0.346 4	$1.200\ 0 \times 10^{-7}$	0.120 0
7	1.5	0.000 25	0.000 142	0.142 4	$2.027\ 8 \times 10^{-8}$	0.020 3
8	1.5	0.000 60	0.000 349	0.349 2	$1.219\ 4 \times 10^{-7}$	0.121 9
9	1.5	0.000 88	0.000 509	0.508 5	$2.586\ 1 \times 10^{-7}$	0.258 6
10	2.0	0.000 53	0.000 304	0.304 1	$9.250\ 0 \times 10^{-8}$	0.092 5
11	2.0	0.000 19	0.000 109	0.109 3	$1.194\ 4 \times 10^{-8}$	0.011 9
12	2.0	0.000 43	0.000 250	0.250 0	$6.250\ 0 \times 10^{-8}$	0.062 5
13	2.5	0.000 58	0.000 335	0.334 6	$1.119\ 4 \times 10^{-7}$	0.111 9
14	2.5	0.000 25	0.000 142	0.142 4	$2.027\ 8 \times 10^{-8}$	0.020 3
15	2.5	0.001 33	0.000 769	0.768 8	$5.911\ 1 \times 10^{-7}$	0.591 1
16	3.0	0.000 18	0.000 104	0.104 1	$1.083\ 3 \times 10^{-8}$	0.010 8
17	3.0	0.000 12	0.000 067	0.066 7	$4.444\ 4 \times 10^{-9}$	0.004 4
18	3.0	0.000 46	0.000 268	0.268 2	$7.194\ 4 \times 10^{-8}$	0.071 9
19	3.5	0.000 59	0.000 338	0.338 3	$1.144\ 4 \times 10^{-7}$	0.114 4
20	3.5	0.000 48	0.000 275	0.275 4	$7.583\ 3 \times 10^{-8}$	0.075 8
21	3.5	0.001 23	0.000 710	0.709 7	$5.036\ 1 \times 10^{-7}$	0.503 6
22	4.0	0.001 08	0.000 622	0.622 0	$3.869\ 4 \times 10^{-7}$	0.386 9
23	4.0	0.000 06	0.000 033	0.033 3	$1.111\ 1 \times 10^{-9}$	0.001 1
24	4.0	0.000 28	0.000 159	0.159 0	$2.527\ 8 \times 10^{-8}$	0.025 3
25	4.5	0.000 28	0.000 161	0.160 7	$2.583\ 3 \times 10^{-8}$	0.025 8
26	4.5	0.000 58	0.000 337	0.337 1	$1.136\ 1 \times 10^{-7}$	0.113 6
27	4.5	0.000 58	0.000 337	0.337 1	$1.136\ 1 \times 10^{-7}$	0.113 6
28	5.0	0.000 75	0.000 434	0.434 3	$1.886\ 1 \times 10^{-7}$	0.188 6
29	5.0	0.000 36	0.000 208	0.208 2	$4.333\ 3 \times 10^{-8}$	0.043 3
30	5.0	0.001 03	0.000 597	0.596 5	$3.558\ 3 \times 10^{-7}$	0.355 8
31	5.0	0.000 45	0.000 259	0.258 7	$6.694\ 4 \times 10^{-8}$	0.066 9

13.1.1.4.3 Componente debida a la resolución, u_{res}^2

La varianza u_{res}^2 se obtiene con la ecuación (10.2-1):

$$u_{res}^2 = \left(\frac{d}{2\sqrt{3}} \sqrt{2} \right)^2 = \left(\frac{0.0001 \text{ mg}}{2\sqrt{3}} \sqrt{2} \right)^2 = 1.6667 \times 10^{-9} \text{ mg}^2$$

$$u_{res} = \sqrt{1.6667 \times 10^{-9} \text{ mg}^2} = 4.0825 \times 10^{-5} \text{ mg} = 0.0408 \text{ } \mu\text{g}$$

13.1.1.4.4 Componente debido a la corrección por empuje del aire, u_{bi}^2

El cálculo de esta contribución para el esquema que se utilizó en la combinación de las pesas utilizadas para cada fila de las series de medición se realiza con la ecuación (10.4-1b).

Los datos necesarios para calcular la contribución debida a la corrección por el empuje del aire se resumen a continuación:

Volúmenes de las pesas auxiliares y de la pesa de referencia								Densidades	
Valor nominal:	0.5 g	0.5 g	1 g	1 g	2 g	2 g	5 g	u_{ρ_a} en g cm ⁻³	0.000 000 60
Volumen en cm ³ :	$V_{0.5}$	$V_{0.5*}$	V_1	V_{1*}	V_2	V_{2*}	V_R	ρ_0 en g cm ⁻³	0.001 2
	0.063 0	0.063 0	0.125 7	0.125 7	0.251 5	0.251 3	0.629 3	ρ_c en g cm ⁻³	8.0
u , Volumen en cm ³ ($k = 1$)	$u_{V_{0.5}}$	$u_{V_{0.5*}}$	u_{V_1}	$u_{V_{1*}}$	u_{V_2}	$u_{V_{2*}}$	u_{V_R}	Incertidumbre debido al empuje del aire	
	0.000 4	0.000 4	0.000 4	0.000 45	0.000 4	0.000 6	0.000 75	$u_{bi} = \sqrt{\left(V_i - \frac{m_{Ni}}{\rho_c}\right)^2 u_{\rho_a}^2 + (\rho_a - \rho_0)^2 u_{V_i}^2}$	

m_N / g \ ID	$m_{0.5}$	$m_{0.5^*}$	m_1	m_{1^*}	m_2	m_{2^*}	m_R	$\left(V_i - \frac{m_{N_i}}{\rho_c}\right)^2 u^2(\rho_a)$ en mg^2	$(\rho_a - \rho_0)^2 u^2(V_i)$ en mg^2	$u_{b_i}^2$ en mg^2
5.0	0	0	0	0	0	0	1	$6.625\,4 \times 10^{-12}$	$5.423\,5 \times 10^{-8}$	$5.424\,2 \times 10^{-8}$
0.5	1	0	0	0	0	0	0	$8.958\,0 \times 10^{-14}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$
0.5	0	1	0	0	0	0	0	$8.958\,0 \times 10^{-14}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$
1.0	1	1	0	0	0	0	0	$3.583\,2 \times 10^{-13}$	$3.085\,4 \times 10^{-8}$	$3.085\,4 \times 10^{-8}$
1.0	0	0	1	0	0	0	0	$1.755\,8 \times 10^{-13}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$
1.0	0	0	0	1	0	0	0	$1.755\,8 \times 10^{-13}$	$1.952\,5 \times 10^{-8}$	$1.952\,5 \times 10^{-8}$
1.5	1	0	1	0	0	0	0	$5.159\,8 \times 10^{-13}$	$3.085\,4 \times 10^{-8}$	$3.085\,4 \times 10^{-8}$
1.5	0	1	0	1	0	0	0	$5.159\,8 \times 10^{-13}$	$3.495\,2 \times 10^{-8}$	$3.495\,2 \times 10^{-8}$
1.5	1	0	0	1	0	0	0	$5.159\,8 \times 10^{-13}$	$3.495\,2 \times 10^{-8}$	$3.495\,2 \times 10^{-8}$
2.0	0	0	0	0	1	0	0	$8.062\,2 \times 10^{-13}$	$1.542\,7 \times 10^{-8}$	$1.542\,8 \times 10^{-8}$
2.0	0	0	0	0	0	1	0	$6.055\,6 \times 10^{-13}$	$3.471\,0 \times 10^{-8}$	$3.471\,1 \times 10^{-8}$
2.0	0	0	1	1	0	0	0	$7.023\,1 \times 10^{-13}$	$3.495\,2 \times 10^{-8}$	$3.495\,2 \times 10^{-8}$
2.5	1	0	0	0	1	0	0	$1.433\,3 \times 10^{-12}$	$3.085\,4 \times 10^{-8}$	$3.085\,5 \times 10^{-8}$
2.5	0	1	0	0	0	1	0	$1.161\,0 \times 10^{-12}$	$5.013\,7 \times 10^{-8}$	$5.013\,9 \times 10^{-8}$
2.5	0	1	1	1	0	0	0	$1.293\,5 \times 10^{-12}$	$5.037\,8 \times 10^{-8}$	$5.038\,0 \times 10^{-8}$
3.0	0	0	1	0	1	0	0	$1.734\,3 \times 10^{-12}$	$3.085\,4 \times 10^{-8}$	$3.085\,5 \times 10^{-8}$
3.0	0	0	0	1	0	1	0	$1.433\,3 \times 10^{-12}$	$5.423\,6 \times 10^{-8}$	$5.423\,7 \times 10^{-8}$
3.0	1	1	0	0	1	0	0	$2.239\,5 \times 10^{-12}$	$4.628\,1 \times 10^{-8}$	$4.628\,3 \times 10^{-8}$
3.5	1	0	1	0	1	0	0	$2.612\,2 \times 10^{-12}$	$4.628\,1 \times 10^{-8}$	$4.628\,3 \times 10^{-8}$
3.5	0	1	0	1	0	1	0	$2.239\,5 \times 10^{-12}$	$6.966\,2 \times 10^{-8}$	$6.966\,4 \times 10^{-8}$
3.5	0	1	0	1	1	0	0	$2.612\,2 \times 10^{-12}$	$5.037\,8 \times 10^{-8}$	$5.038\,1 \times 10^{-8}$
4.0	0	0	0	0	1	1	0	$2.809\,2 \times 10^{-12}$	$5.013\,7 \times 10^{-8}$	$5.014\,0 \times 10^{-8}$
4.0	0	0	1	1	1	0	0	$3.013\,5 \times 10^{-12}$	$5.037\,8 \times 10^{-8}$	$5.038\,1 \times 10^{-8}$
4.0	1	1	1	0	0	1	0	$3.224\,9 \times 10^{-12}$	$8.099\,1 \times 10^{-8}$	$8.099\,4 \times 10^{-8}$
4.5	1	0	1	1	0	1	0	$3.669\,2 \times 10^{-12}$	$8.508\,9 \times 10^{-8}$	$8.509\,3 \times 10^{-8}$
4.5	0	1	1	1	0	1	0	$3.669\,2 \times 10^{-12}$	$8.508\,9 \times 10^{-8}$	$8.509\,3 \times 10^{-8}$
4.5	1	0	0	0	1	1	0	$3.902\,1 \times 10^{-12}$	$6.556\,4 \times 10^{-8}$	$6.556\,8 \times 10^{-8}$
5.0	0	0	1	0	1	1	0	$4.389\,4 \times 10^{-12}$	$6.556\,4 \times 10^{-8}$	$6.556\,9 \times 10^{-8}$
5.0	0	0	0	1	1	1	0	$4.389\,4 \times 10^{-12}$	$6.966\,2 \times 10^{-8}$	$6.966\,6 \times 10^{-8}$
5.0	1	1	0	0	1	1	0	$5.174\,2 \times 10^{-12}$	$8.099\,1 \times 10^{-8}$	$8.099\,6 \times 10^{-8}$
5.0	0	0	0	0	0	0	1	$6.625\,4 \times 10^{-12}$	$5.423\,5 \times 10^{-8}$	$5.424\,2 \times 10^{-8}$

13.1.1.4.5 Componente debido a la corrección de la masa convencional de la pesa de referencia aire, $u_{m_R}^2$

De acuerdo con la ecuación (10.5-1), esta contribución se obtiene a partir del certificado de calibración u_{cal} y de la inestabilidad del valor de masa u_{inst} de la pesa de referencia. Para el ejemplo mostrado se tiene que:

$$u_{m_R}^2 = u_{cal}^2 + u_{inst}^2 = (0.0025 \text{ mg})^2 + (0 \text{ mg})^2 = 6.25 \times 10^{-6} \text{ mg}^2 = 6.25 \mu\text{g}^2$$

13.1.1.4.6 Construcción de la matriz U_Y

Como se explica en la sección 10, la matriz de covarianza U_Y se construye con las matrices de covarianza de cada componente de incertidumbre: u_{res}^2 , u_{resid}^2 , $u_{rep_i}^2$, $u_{b_i}^2$ y $u_{m_R}^2$.

Considerando 10.2 y 10.3, las matrices de covarianza para las componentes debido a la repetibilidad U_{res} y a los residuos del ajuste de mínimos cuadrados U_{resid} son:

$$U_{res} = u_{res}^2 I_{d_{31 \times 31}}$$

$$U_{resid} = u_{resid}^2 I_{d_{31 \times 31}}$$

Donde $I_{d_{31 \times 31}}$ es una matriz identidad con dimensión 31×31 .

Esto da como resultado:

$$U_{res_{31 \times 31}} = \begin{vmatrix} u_{res}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & u_{res}^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{res}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & u_{res}^2 \end{vmatrix}$$

$$U_{res_{31 \times 31}} = \begin{vmatrix} 1.6667 \times 10^{-9} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1.6667 \times 10^{-9} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1.6667 \times 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1.6667 \times 10^{-9} \end{vmatrix}$$

en mg^2

$$\mathbf{U}_{\text{resid}}_{31 \times 31} = \begin{vmatrix} u_{\text{resid}}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & u_{\text{resid}}^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{\text{resid}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & u_{\text{resid}}^2 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{U}_{\text{resid}}_{31 \times 31} \text{ en mg}^2 = \begin{vmatrix} 2.7685 \times 10^{-7} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2.7685 \times 10^{-7} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 2.7685 \times 10^{-7} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 2.7685 \times 10^{-7} \end{vmatrix}$$

De 10.1 y 10.4, las matrices de covarianza para las componentes debido a la repetibilidad y a la corrección por empuje del aire, se construyen al generar una matriz cuadrada con dimensión 31×31 cuyos elementos de la diagonal son las varianzas $u_{\text{rep}_i}^2$ para $\mathbf{U}_{\text{rep}}$ y $u_{b_i}^2$ para $\mathbf{U}_b$ respectivamente; los valores fuera de la diagonal son igual a cero, esto es:

$$(\mathbf{U}_{\text{rep}})_{ij} = \begin{cases} u_{\text{rep}_i}^2 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

$$(\mathbf{U}_b)_{ij} = \begin{cases} u_{b_i}^2 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

48

[illegible]

[illegible]

La matriz de varianza de la componente debido a la corrección de masa convencional de la pesa de referencia U_{m_R} se construye conforme a 10.5 de la siguiente manera:

$$U_{m_R} = u_{m_R}^2 P P^T$$

Para el ejemplo, U_{m_R} es una matriz cuadrada de 31×31 donde los elementos de las esquinas de la matriz contienen el valor $u_{m_R}^2$; los demás elementos son cero:

$$(U_{m_R})_{1,1} = (U_{m_R})_{31,1} = (U_{m_R})_{1,31} = (U_{m_R})_{31,31} = u_{m_R}^2 = 6.25 \times 10^{-6} \text{ mg}^2$$

$$U_{m_R 31 \times 31} = \begin{vmatrix} u_{m_R}^2 & 0 & \dots & 0 & u_{m_R}^2 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ u_{m_R}^2 & 0 & \dots & 0 & u_{m_R}^2 \end{vmatrix}$$

$$U_{m_R 31 \times 31} = \begin{vmatrix} 6.25 \times 10^{-6} & 0 & \dots & 0 & 6.25 \times 10^{-6} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 6.25 \times 10^{-6} & 0 & \dots & 0 & 6.25 \times 10^{-6} \end{vmatrix}$$

en mg^2

Teniendo las matrices de covarianza de cada una de las fuentes de incertidumbre, U_Y se obtiene a partir de la ecuación (10-3):

$$U_Y = U_{\text{res}} + U_{\text{resid}} + U_{\text{rep}} + U_{\text{b}} + U_{m_R}$$

cuya dimensión es 31×31 para el caso del ejemplo.

Matriz U_Y (Valores $\times 10^{-7} \text{ mg}^2$)

67.436	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	62.500
0	3.542	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3.784	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	4.596	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3.226	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4.180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3.296	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4.354	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	5.721	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.864	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.252	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.760	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.213	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.489	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9.200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.202	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.372	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.967	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.392	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.240	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.325	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.156	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.300	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.848	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.894	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.772	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.577	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.327	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.915	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.153	0
62.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	66.497

13.1.1.4.7 Cálculo de la matriz de covarianza de los estimados, U_E

Para el ejemplo, U_E se obtiene con la ecuación (10-1), por lo tanto:

$$U_{E_{16 \times 16}} = (A_{16 \times 31}^T A_{31 \times 16})_{16 \times 16}^{-1} A_{16 \times 31}^T U_{Y_{31 \times 31}} A_{31 \times 16} (A_{16 \times 31}^T A_{31 \times 16})_{16 \times 16}^{-1}$$

Matriz U_E (Valores $\times 10^{-6} \text{ mg}^2$)

0.296 61	0.167 31	0.259 42	0.262 97	0.368 61	0.421 52	0.509 51	0.562 05	0.639 29	0.647 33	-0.117 67	-0.109 04	-0.136 28	-0.150 73	-0.255 90	-0.247 36
0.167 31	0.440 08	0.464 49	0.538 79	0.688 47	0.821 70	0.976 17	1.105 52	1.247 06	1.294 66	-0.172 17	-0.162 00	-0.294 02	-0.298 70	-0.516 43	-0.509 75
0.259 42	0.464 49	0.861 19	0.806 29	1.034 31	1.233 82	1.468 57	1.655 38	1.882 80	1.942 00	-0.283 29	-0.233 80	-0.427 17	-0.463 78	-0.769 18	-0.762 58
0.262 97	0.538 79	0.806 29	1.190 07	1.325 26	1.598 40	1.865 62	2.136 78	2.404 51	2.589 33	-0.264 63	-0.261 15	-0.545 72	-0.541 51	-1.058 30	-1.062 96
0.368 61	0.688 47	1.034 31	1.325 26	1.869 93	2.011 30	2.357 31	2.687 37	3.017 46	3.236 66	-0.362 85	-0.374 82	-0.666 94	-0.668 31	-1.323 83	-1.319 14
0.421 52	0.821 70	1.233 82	1.598 40	2.011 30	2.529 85	2.822 46	3.216 25	3.610 88	3.883 99	-0.419 77	-0.423 24	-0.810 62	-0.815 45	-1.600 09	-1.572 28
0.509 51	0.976 17	1.468 57	1.865 62	2.357 31	2.822 46	3.496 93	3.766 03	4.236 51	4.531 33	-0.508 00	-0.511 33	-0.950 25	-0.968 91	-1.852 69	-1.830 18
0.562 05	1.105 52	1.655 38	2.136 78	2.687 37	3.216 25	3.766 03	4.455 98	4.835 96	5.178 66	-0.563 63	-0.560 41	-1.108 31	-1.082 35	-2.112 95	-2.108 05
0.639 29	1.247 06	1.882 80	2.404 51	3.017 46	3.610 88	4.236 51	4.835 96	5.625 58	5.825 99	-0.670 35	-0.606 46	-1.230 88	-1.238 23	-2.344 34	-2.398 72
0.647 33	1.294 66	1.942 00	2.589 33	3.236 66	3.883 99	4.531 33	5.178 66	5.825 99	6.473 32	-0.647 33	-0.647 33	-1.294 66	-1.294 66	-2.589 33	-2.589 33
-0.117 67	-0.172 17	-0.283 29	-0.264 63	-0.362 85	-0.419 77	-0.508 00	-0.563 63	-0.670 35	-0.647 33	0.164 41	0.068 27	0.131 01	0.167 37	0.24032	0.255 64
-0.109 04	-0.162 00	-0.233 80	-0.261 15	-0.374 82	-0.423 24	-0.511 33	-0.560 41	-0.606 46	-0.647 33	0.068 27	0.152 05	0.141 80	0.132 89	0.272 32	0.238 69
-0.136 28	-0.294 02	-0.427 17	-0.545 72	-0.666 94	-0.810 62	-0.950 25	-1.108 31	-1.230 88	-1.294 66	0.131 01	0.141 80	0.336 82	0.260 10	0.515 80	0.525 85
-0.150 73	-0.298 70	-0.463 78	-0.541 51	-0.668 31	-0.815 45	-0.968 91	-1.082 35	-1.238 23	-1.294 66	0.167 37	0.132 89	0.260 10	0.344 73	0.519 34	0.503 87
-0.255 90	-0.516 43	-0.769 18	-1.058 30	-1.323 83	-1.600 09	-1.852 69	-2.112 95	-2.344 34	-2.589 33	0.240 32	0.272 32	0.515 80	0.519 34	1.109 30	1.035 18
-0.247 36	-0.509 75	-0.762 58	-1.062 96	-1.319 14	-1.572 28	-1.830 18	-2.108 05	-2.398 72	-2.589 33	0.255 64	0.238 69	0.525 85	0.503 87	1.035 18	1.116 75

13.1.1.4.8 Cálculo de la incertidumbre de los estimados, E

La incertidumbre estándar u_{E_i} de cada uno de los elementos del vector de estimados E , se obtiene con la raíz cuadrada a los elementos de la diagonal de la matriz de covarianza U_E , esto es:

$$u_{E_i} = \sqrt{(U_E)_{ij}} \text{ para } i = j$$

Se considera que la variabilidad de los estimados se aproxima a una distribución de probabilidad normal. Por lo tanto, la incertidumbre expandida U_{E_i} para un nivel de confianza de aproximadamente el 95 % es:

$$U_{E_i} = k u_{E_i} \text{ con } k = 2$$

13.1.1.4.9 Resultados de la calibración.

La siguiente tabla muestra los resultados de la calibración de los errores de indicación del instrumento, e_i , y las correcciones de masa convencional de las pesas auxiliares, δm_i , ambos expresados en miligramos y microgramos.

Errores de Indicación del instrumento					
Punto de prueba	e_i mg	$U_{e_i}, (k = 2)$ mg		e_i μg	$U_{e_i}, (k = 2)$ μg
0.5 g	0.000 1	0.001 1		0.1	1.1
1.0 g	0.000 8	0.001 3		0.8	1.3
1.5 g	0.001 3	0.001 8		1.3	1.8
2.0 g	0.001 7	0.002 2		1.7	2.2
2.5 g	0.002 1	0.002 7		2.1	2.7
3.0 g	0.001 4	0.003 2		1.4	3.2
3.5 g	0.002 1	0.003 8		2.1	3.8
4.0 g	0.001 8	0.004 3		1.8	4.3
4.5 g	0.002 4	0.004 8		2.4	4.8
5.0 g	0.002 2	0.005 2		2.2	5.2

Masa convencional de las pesas auxiliares					
Valor nominal	δm_i mg	$U_{\delta m_i}, (k = 2)$ mg		δm_i μg	$U_{\delta m_i}, (k = 2)$ μg
0.5 g	0.455 24	0.000 79		455.24	0.79
0.5 g	0.300 00	0.000 76		300.00	0.76
1 g	-0.234 7	0.00 12		-234.7	1.2
1 g	-0.110 6	0.00 12		-110.6	1.2
2 g	-0.604 7	0.00 21		-604.7	2.1
2 g	-0.138 9	0.00 21		-138.9	2.1

13.1.2 Apéndice A 2: MODELOS DE MATRICES

FORMATO DE REGISTRO DE DATOS

Modelo de matriz para instrumentos con capacidad máxima de 5 g.

	carga / g	Planilla de toma de datos							Serie No.:		
		0.5	0.5*	1	1*	2	2*	5	Indicación de la balanza		
		Pesas							Cero	Carga	Cero
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
1	5	0	0	0	0	0	0	1			
2	0.5	1	0	0	0	0	0	0			
3	0.5	0	1	0	0	0	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
4	1	1	1	0	0	0	0	0			
5	1	0	0	1	0	0	0	0			
6	1	0	0	0	1	0	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
7	1.5	1	0	1	0	0	0	0			
8	1.5	0	1	0	1	0	0	0			
9	1.5	1	0	0	1	0	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
10	2	0	0	0	0	1	0	0			
11	2	0	0	0	0	0	1	0			
12	2	0	0	1	1	0	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
13	2.5	1	0	0	0	1	0	0			
14	2.5	0	1	0	0	0	1	0			
15	2.5	0	1	1	1	0	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
16	3	0	0	1	0	1	0	0			
17	3	0	0	0	1	0	1	0			
18	3	1	1	0	0	1	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
19	3.5	1	0	1	0	1	0	0			
20	3.5	0	1	0	1	0	1	0			
21	3.5	0	1	0	1	1	0	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
22	4	0	0	0	0	1	1	0			
23	4	0	0	1	1	1	0	0			
24	4	1	1	1	0	0	1	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
25	4.5	1	0	1	1	0	1	0			
26	4.5	0	1	1	1	0	1	0			
27	4.5	1	0	0	0	1	1	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
28	5	0	0	1	0	1	1	0			
29	5	0	0	0	1	1	1	0			
30	5	1	1	0	0	1	1	0			
		$t / ^\circ\text{C} =$		$hr / \% =$			$p / \text{hPa} =$		Ajustar sensibilidad		
31	5	0	0	0	0	0	0	1			

t = Temperatura del aire en $^\circ\text{C}$

hr = Humedad relativa en %

p = Presión atmosférica en hPa

FORMATO DE REGISTRO DE DATOS **Modelo de matriz para instrumentos con capacidad máxima de 20 g.**

		Planilla de toma de datos									Serie No.:		
		Pesas									Indicación de la balanza		
carga / g	1	1*	2	2*	5	5*	10	10*	20	Cero	Carga	Cero	
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
1	20	0	0	0	0	0	0	0	1				
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0				
3	1	0	1	0	0	0	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
4	2	1	1	0	0	0	0	0	0				
5	2	0	0	1	0	0	0	0	0				
6	2	0	0	0	1	0	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
7	3	1	0	1	0	0	0	0	0				
8	3	0	1	0	1	0	0	0	0				
9	3	1	0	0	1	0	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
10	5	1	0	1	1	0	0	0	0				
11	5	0	1	1	1	0	0	1	0				
12	5	0	0	0	0	1	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
13	7	1	1	0	0	1	0	0	0				
14	7	1	1	0	0	0	1	0	0				
15	7	0	0	1	0	0	1	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
16	9	1	1	1	0	1	0	0	0				
17	9	0	0	1	1	0	1	0	0				
18	9	1	1	0	1	1	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
19	10	0	0	0	0	1	1	0	0				
20	10	0	0	0	0	0	0	1	0				
21	10	0	0	0	0	0	0	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
22	12	1	1	0	0	0	0	1	0				
23	12	0	0	1	0	0	0	0	1				
24	12	0	0	0	1	0	0	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
25	15	0	0	0	0	1	0	1	0				
26	15	0	0	0	0	1	0	0	1				
27	15	0	0	0	0	0	1	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
28	20	0	0	0	0	0	0	1	1				
29	20	0	0	0	0	1	1	0	1				
30	20	1	0	1	1	1	0	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
31	20	0	0	0	0	0	0	0	1				

t = Temperatura del aire en $^\circ\text{C}$
 hr = Humedad relativa en %
 p = Presión atmosférica en hPa

FORMATO DE REGISTRO DE DATOS

Modelo de matriz para instrumentos con capacidad máxima de 2 g.

		Planilla de toma de datos									Serie No.:		
		Pesas									Indicación de la balanza		
carga / g	0.1	0.1*	0.2	0.2*	0.5	0.5*	1	1*	2	Cero	Carga	Cero	
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
1	2	0	0	0	0	0	0	0	1				
2	0.1	1	0	0	0	0	0	0	0				
3	0.1	0	1	0	0	0	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
4	0.2	1	1	0	0	0	0	0	0				
5	0.2	0	0	1	0	0	0	0	0				
6	0.2	0	0	0	1	0	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
7	0.3	1	0	1	0	0	0	0	0				
8	0.3	0	1	0	1	0	0	0	0				
9	0.3	1	0	0	1	0	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
10	0.5	1	0	1	1	0	0	0	0				
11	0.5	0	1	1	1	0	0	1	0				
12	0.5	0	0	0	0	1	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
13	0.7	1	1	0	0	1	0	0	0				
14	0.7	1	1	0	0	0	1	0	0				
15	0.7	0	0	1	0	0	1	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
16	0.9	1	1	1	0	1	0	0	0				
17	0.9	0	0	1	1	0	1	0	0				
18	0.9	1	1	0	1	1	0	0	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
19	1	0	0	0	0	1	1	0	0				
20	1	0	0	0	0	0	0	1	0				
21	1	0	0	0	0	0	0	0	1				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
22	1.2	1	1	0	0	0	0	1	0				
23	1.2	0	0	1	0	0	0	0	1				
24	1.2	0	0	0	1	0	0	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
25	1.5	0	0	0	0	1	0	1	0				
26	1.5	0	0	0	0	1	0	0	1				
27	1.5	0	0	0	0	0	1	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
28	2	0	0	0	0	0	0	1	1				
29	2	0	0	0	0	1	1	0	1				
30	2	1	0	1	1	1	0	1	0				
	t / °C =			hr / % =			p / hPa =			Ajustar sensibilidad			
31	2	0	0	0	0	0	0	0	0				

t = Temperatura del aire en $^\circ\text{C}$
 hr = Humedad relativa en %
 p = Presión atmosférica en hPa

13.2 APÉNDICE B: SUGERENCIAS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DENSIDAD DEL AIRE

Nota: En el Apéndice B, los símbolos son T para temperatura en K, y t para temperatura en °C.

13.2.1 Fórmulas para la densidad de aire

La fórmula de mayor exactitud para determinar la densidad del aire en la mayoría de los casos es la recomendada por el CIPM [9]⁴. Para el objetivo de esta Guía, es suficiente el uso de fórmulas menos sofisticadas que proporcionan resultados ligeramente menos exactos.

13.2.1.1 Versión simplificada de la fórmula CIPM, versión exponencial

Versión exponencial tomada de [5], sección E3:

$$\rho_a = \frac{0.348\,48\,p - 0.009\,hr \exp(0.061t)}{273.15 + t} \quad (13.2.1.1-1)$$

con

ρ_a	densidad de aire en kg/m ³
p	presión barométrica en hPa
hr	humedad relativa de aire en %
t	temperatura de aire en °C

La fórmula ofrece resultados con $u_{\text{form}}/\rho_a = 2.4 \times 10^{-4}$ bajo las siguientes condiciones ambientales (incertidumbres de medida de p , hr , y t no incluidas)

$$\begin{aligned} 600 \text{ hPa} &\leq p \leq 1\,100 \text{ hPa} \\ 20 \% &\leq hr \leq 80 \% \\ 15 \text{ °C} &\leq t \leq 27 \text{ °C} \end{aligned}$$

13.2.1.2 Densidad del aire promedio

Cuando la medición de la temperatura y de la presión barométrica no es posible, la densidad del aire promedio del lugar se puede calcular de la altitud sobre el nivel del mar, tal como es recomendada en [5]:

⁴ Los intervalos de temperatura y presión recomendados para la aplicación de la fórmula CIPM-2007 son: $600 \text{ hPa} \leq p \leq 1\,100 \text{ hPa}$
 $15 \text{ °C} \leq t \leq 27 \text{ °C}$

$$\rho_a = \rho_0 \exp\left(-\frac{\rho_0}{p_0} g h_{SL}\right) \quad (13.2.1.2-1)$$

con

$$\begin{aligned} p_0 &= 101\,325 \text{ Pa} \\ \rho_0 &= 1.2 \text{ kg m}^{-3} \\ g &= 9.81 \text{ m s}^{-2} \\ h_{SL} &= \text{altitud sobre el nivel del mar, en m} \end{aligned}$$

13.2.1.3 Variaciones de los parámetros de los componentes de la densidad de aire

13.2.1.3.1 Presión barométrica

Para cualquier lugar, la variación máxima es $\Delta p = \pm 40$ hPa alrededor del promedio⁵. Dentro de esos límites, la distribución no es rectangular ya que los valores extremos sólo ocurren una vez en varios años. Teniendo en cuenta la variación de presión atmosférica típica, es realista suponer una incertidumbre estándar

$$u_p = 10 \text{ hPa} \quad (13.2.1.3.1-1)$$

La presión barométrica promedio $p(h_{SL})$ se puede estimar de la altitud h_{SL} en metros sobre el nivel del mar de la locación, usando la relación

$$p(h_{SL}) = p_0 \exp(-h_{SL} \times 0.000\,12 \text{ m}^{-1}) \quad (13.2.1.3.1-2)$$

con $p_0 = 1\,013.25$ hPa

13.2.1.3.2 Temperatura

La variación posible de la temperatura $\Delta t = t_{\max} - t_{\min}$ en el lugar de uso del instrumento se puede estimar de información que puede obtenerse fácilmente:

- de los límites mencionados por la experiencia del cliente;
- del promedio de lecturas de los registros adecuados;
- del ajuste del instrumento de control, cuando el lugar está climatizado o en temperatura controlada;

⁵ Ejemplo: en Hannover, Alemania, la diferencia entre la presión barométrica más alta y la más baja observada durante 20 años fue 77.1 hPa (Información del DWD, Servicio Meteorológico Alemán)

en su defecto se debería aplicar algún criterio – p. ej.:

$17^{\circ}\text{C} \leq t \leq 27^{\circ}\text{C}$ para una oficina o un laboratorio cerrados con ventanas,
 $\Delta T \leq 5 \text{ K}$ para lugares sin ventanas en el centro de un edificio,
 $-10^{\circ}\text{C} \leq t \leq +30^{\circ}\text{C}$ o $\leq +40^{\circ}\text{C}$ para talleres abiertos, salas de fábricas.

Como se ha mencionado para la presión barométrica, es poco probable que ocurra una distribución rectangular para talleres abiertos o salas de fábricas en donde prevalece la temperatura atmosférica. De cualquier manera, para evitar suposiciones diferentes para diferentes situaciones del cuarto, se recomienda suponer una distribución rectangular, quedando,

$$u(t) = \Delta t / \sqrt{12} \quad (13.2.1.3.2-1)$$

13.2.1.3.3 Humedad relativa

La posible variación de la humedad relativa $\Delta hr = hr_{\max} - hr_{\min}$ en el lugar de uso del instrumento se puede estimar de información que se puede obtener fácilmente:

de los límites mencionados por la experiencia del cliente;
del promedio de lecturas de registros apropiados;
del ajuste del instrumento de control, si el lugar está climatizado;

en su defecto se debería aplicar algún criterio, – p. ej.:

$30 \% \leq hr \leq 80 \%$ para una oficina o un laboratorio cerrados con ventanas,
 $\Delta hr \leq 30 \%$ para lugares sin ventanas en el centro de un edificio,
 $20 \% \leq hr \leq 80 \%$ para talleres abiertos, salas de fábricas.

Se debería tener en mente que en valores de $hr < 40 \%$ podrían influir en el resultado de pesada efectos electrostáticos, en instrumentos de alta resolución a $hr > 60 \%$ podría iniciar la corrosión.

Como se ha mencionado para la presión barométrica, una distribución rectangular no es muy probable que ocurra para talleres abiertos o salas de fábricas en donde la humedad relativa atmosférica prevalece. De cualquier manera, para evitar suposiciones diferentes para diferentes situaciones de lugares, se recomienda suponer una distribución rectangular, quedando

$$u(hr) = \Delta hr / \sqrt{12} \quad (13.2.1.3.3-1)$$

13.2.2 Incertidumbre de la densidad del aire

La incertidumbre estándar de la densidad del aire $u(\rho_a)/\rho_a$ se calcula por

$$\frac{u(\rho_a)}{\rho_a} = \sqrt{\left(\frac{u_p(\rho_a)}{\rho_a} \cdot u(p)\right)^2 + \left(\frac{u_t(\rho_a)}{\rho_a} \cdot u(t)\right)^2 + \left(\frac{u_{hr}(\rho_a)}{\rho_a} \cdot u(hr)\right)^2 + \left(\frac{u_{form}(\rho_a)}{\rho_a}\right)^2} \quad (13.2.2-1)$$

con los coeficientes de sensibilidad (derivados de la fórmula del CIPM [9] para la densidad de aire)

$$\begin{aligned} u_p(\rho_a)/\rho_a &= 1 \times 10^{-3} \text{ hPa}^{-1} \text{ para presión barométrica} \\ u_t(\rho_a)/\rho_a &= -4 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ para temperatura de aire} \\ u_{hr}(\rho_a)/\rho_a &= -9 \times 10^{-3} \text{ para humedad relativa (la unidad para } hr \text{ es} \\ &\text{en este caso 1, no \%)} \end{aligned}$$

Estos coeficientes de sensibilidad también pueden ser usados en la ecuación (13.2.2-1)

Ejemplos de incertidumbre estándar de la densidad del aire, calculada para diferentes parámetros utilizando la fórmula simplificada CIPM-2007, ecuación (13.2.1.1-1)

$u(p)$ /hPa	Δt /°C	Δhr	$\frac{u_p(\rho_a)}{\rho_a} u(p)$	$\frac{u_t(\rho_a)}{\rho_a} u(t)$	$\frac{u_{hr}(\rho_a)}{\rho_a} u(hr)$	$\frac{u_{form}(\rho_a)}{\rho_a}$	$u(\rho_a)/\rho_a$
10	2	0.2	1×10^{-2}	-2.31×10^{-3}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	1.03×10^{-2}
10	2	1	1×10^{-2}	-2.31×10^{-3}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	1.06×10^{-2}
10	5	0.2	1×10^{-2}	-5.77×10^{-3}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	1.16×10^{-2}
10	5	1	1×10^{-2}	-5.77×10^{-3}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	1.18×10^{-2}
10	10	0.2	1×10^{-2}	-1.15×10^{-2}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	1.53×10^{-2}
10	10	1	1×10^{-2}	-1.15×10^{-2}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	1.55×10^{-2}
10	20	0.2	1×10^{-2}	-2.31×10^{-2}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	2.52×10^{-2}
10	20	1	1×10^{-2}	-2.31×10^{-2}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	2.53×10^{-2}
10	30	0.2	1×10^{-2}	-3.46×10^{-2}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	3.61×10^{-2}
10	30	1	1×10^{-2}	-3.46×10^{-2}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	3.61×10^{-2}
10	40	0.2	1×10^{-2}	-4.62×10^{-2}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	4.73×10^{-2}
10	40	1	1×10^{-2}	-4.62×10^{-2}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	4.73×10^{-2}
10	50	0.2	1×10^{-2}	-5.77×10^{-2}	-5.20×10^{-4}	2.40×10^{-4}	5.86×10^{-2}
10	50	1	1×10^{-2}	-5.77×10^{-2}	-2.60×10^{-3}	2.40×10^{-4}	5.87×10^{-2}

13.3 APÉNDICE C: FACTOR DE COBERTURA k PARA LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DE LA MEDICIÓN

Nota: en este apéndice el símbolo general y es utilizado para el resultado de la medición, no como una magnitud particular como una indicación, un error, la masa de un objeto pesado, etc.

13.3.1 Objetivo

El factor de cobertura k deberá ser elegido en todos los casos de forma que la incertidumbre expandida de medición tenga una cobertura de probabilidad de aproximadamente el 95 %.

13.3.2 Distribución normal y confiabilidad suficiente

El valor $k = 2$, corresponde a una probabilidad del 95.45%, se aplica cuando

- a) se puede asignar una distribución normal (Gaussiana) el error de indicación y
- b) la incertidumbre estándar $u(E)$ es suficientemente confiable (es decir, tiene un número suficiente de grados de libertad), ver JGCM 100 [1].

La distribución normal puede suponerse cuando varias ($N \geq 3$) contribuciones de incertidumbre, cada una de ellas derivada de distribuciones “bien comportadas” (normal, rectangular o similar), contribuyen a $u(E)$ en cantidades comparables.

La confiabilidad suficiente depende de los grados de libertad. Este criterio se satisface cuando ninguna contribución de Tipo A a $u(E)$ se basa en menos de 10 observaciones. Una contribución típicamente de Tipo A proviene de la repetibilidad. Por ello, si durante un ensayo de repetibilidad una carga se aplica no menos de 10 veces, puede suponerse que hay suficiente confiabilidad.

13.3.3 Distribución normal, sin suficiente confiabilidad

Cuando la distribución del error de indicación puede suponerse normal, pero $u(E)$ no es suficientemente confiable, entonces los grados efectivos de v_{eff} deben determinarse mediante la fórmula de Welch-Satterthwaite

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(E)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(E)}{v_i}} \quad (13.3.3-1)$$

donde las $u_i(E)$ son las contribuciones a la incertidumbre estándar según (10-2) y los ν_i son los grados de libertad de la contribución de incertidumbre estándar $u_i(E)$. Basándose en ν_{eff} el factor de cobertura aplicable k se obtiene de la tabla extendida de [1], Tabla G.2 o puede usarse la distribución t descrita en [1], anexo C.3.8 para determinar el factor de cobertura k .

13.3.4 Determinando k para distribuciones no normales consideradas normales

En todos los casos siguientes, la incertidumbre expandida es $U(y) = ku(y)$.

Puede ser obvio, en una situación dada, que $u(y)$ contiene un componente de incertidumbre Tipo B de $u_1(y)$ para una incertidumbre cuya distribución no normal, sino, p. ej., rectangular o triangular, que es significativamente mayor que todas las componentes restantes. En ese caso, $u(y)$ se divide en la parte (posiblemente dominante) u_1 y $u_R = \text{raíz cuadrada de } \sum u_j^2 \text{ con } j \geq 2$, la incertidumbre estándar combinada de las contribuciones restantes, vea [1].

Si $u_R \leq 0.3 u_1$, entonces u_1 se considera como “dominante” y la distribución de y se considera esencialmente idéntica a la de la contribución dominante.

El factor de cobertura se elige según la forma de la distribución de la componente dominante:

para la distribución trapezoidal con $\beta < 0.95$,
(β = parámetro de borde, razón del lado menor al lado mayor del trapecioide)

$$k = \left\{ 1 - \sqrt{[0.05(1 - \beta^2)]} \right\} / \sqrt{[(1 + \beta^2)/6]} \quad (13.3.4-1)$$

para una distribución rectangular ($\beta = 0.95$), $k = 1.65$,

para una distribución rectangular ($\beta = 1$), $k = 1.73$,

para una distribución triangular ($\beta = 0$), $k = 1.90$,

para una distribución en forma de U, $k = 1.41$.

La componente dominante puede, a su vez, estar formada de dos componentes dominantes $u_1(y)$, $u_2(y)$, p.ej., 2 rectángulos formando un trapecioide, en cuyo caso u_R se determina a partir de las restantes u_j con $j \geq 3$.

13.4 APENDICE D: TÉRMINOS

Para la presente guía los términos “ajuste de sensibilidad interno” y “ajuste de sensibilidad externo” se consideran según las siguientes definiciones:

Ajuste de sensibilidad interno: Se realiza cuando el instrumento para pesar posee una pesa interna con la cual se efectúa el ajuste de sensibilidad de este.

Ajuste de sensibilidad externo: Se realiza cuando la balanza no posee pesa interna, pero el usuario dispone de una pesa externa de la clase necesaria, con la cual se efectúa el ajuste. La identificación de esta pesa deberá constar en el certificado de calibración

